

СОДЕРЖАТЕЛЬНО-ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ «ДИФФЕРЕНЦИАЛ» В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

А. Д. Нахман

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов, Россия

Рецензент д-р техн. наук, доцент С. В. Плотникова

Ключевые слова: дифференциал функции; линеаризация и полиномизация; преемственность изучения.

Аннотация: В школьном курсе понятие дифференциала, его геометрический смысл и простейшие приложения в качестве инновационного элемента содержания могут быть введены параллельно с понятием производной. Выделены основные аспекты преемственности изучения соответствующего материала. Обоснована важность задачи линеаризации и полиномизации приращения функции. Вопросы линеаризации и полиномизации рассмотрены в контексте математической основы соответствующих вычислительных алгоритмов.

Введение

В условиях реализации Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) нового поколения [1] сохраняет свою актуальность проблема преемственности математической подготовки в системе «школа – вуз».

Нам представляются наиболее важными следующие три аспекта преемственности:

- 1) в содержании математического материала;
- 2) используемых технологических приемах обучения;
- 3) приложениях основных понятий и фактов.

Данные аспекты рассматриваем в контексте овладения студентом вуза компетенциями общепрофессионального характера (ОПК), среди которых выделяем «способность использовать основные законы естественнонауч-

Нахман Александр Давидович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», e-mail: alextmb@mail.ru, ТамбГТУ, г. Тамбов, Россия.

ных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования» (см., например, стандарт направления подготовки 08.03.01 «Строительство» [1]). В свою очередь методы математического анализа – это, прежде всего, методы дифференциально-интегрального исчисления. Соответствующие понятия и факты изучаются в два этапа: первый (ознакомительный) – в старших классах средней школы, второй – в вузовском курсе высшей математики. Фундаментальным понятием, используемым в задачах дифференцирования, интегрирования и решения дифференциальных уравнений, является понятие дифференциала функции одной переменной. В настоящей работе предложены вопросы содержания, связанные со свойствами и приложениями дифференциала, а также соответствующие технологические приемы обучения (постановка задач, уточнения и обобщения понятий, геометрические интерпретации и др.).

Вопросы содержания

Преимственность в освоении школьниками и студентами понятия и свойств дифференциала может быть реализована посредством спирального принципа обучения. Ключевыми положениями «спиральных» образовательных программ на основе концепции Д. Брунера [2] являются:

- обращение к теме несколько раз на разных этапах обучения;
- логический переход от упрощенных идей к сложным на каждом новом этапе;
- уточнение и обобщение изучаемой информации;
- обеспечение возможности применения материала в последующих темах курса.

Понятие дифференциала, его геометрический смысл и простейшие приложения, по нашему мнению, должны вводиться параллельно с понятием производной в десятом, либо одиннадцатом классе средней школы. Систематическое же изучение дифференциально-интегрального исчисления осуществляется в вузовском курсе математики. В частности, понятие и свойства дифференциала уточняются на языке бесконечно малых, пополняются инвариантностью его формы, обобщаются в связи с кратным дифференцированием, а затем – и в связи с рассмотрением функций нескольких переменных (переход от частных дифференциалов к полному). Дифференциал функции находит приложение в методах интегрирования (замена переменных и интегрирование по частям), в приближенных вычислениях. Идея линеаризации значений функции может быть реализована в методе касательных решения алгебраических уравнений, в методе Эйлера решения задачи Коши и др.

В связи с вышеизложенным распределение содержания модуля «Дифференциал функции одной переменной» по этапам (уровням) математической подготовки, по нашему мнению, должно быть следующим (табл. 1).

Обсудим наиболее важные из вышеперечисленных вопросов с точки зрения концепции преимственности.

Вопросы содержания

Понятие дифференциала на этапе довузовской подготовки (1-й этап)	Дифференциал в курсе высшей математики (2-й этап)
Приращение аргумента и функции. Средняя и мгновенная скорости движения. Понятие производной	Разностное отношение как средняя скорость изменения функции. Понятие производной. Левосторонняя и правосторонняя производные
Задача о приближенном представлении малого перемещения точки в виде равномерного перемещения	Задача о линеаризации приращения функции
Малое приращение функции и его главная часть. Понятие дифференциала	Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал. Эквивалентность приращения и дифференциала как бесконечно малых величин
Касательная и ее уравнение. Геометрический смысл дифференциала	Линеаризация функции в малой окрестности точки дифференцирования
Простейшие свойства дифференциала. Производная как отношение дифференциалов. Применение дифференциала к нахождению производной сложной и обратной функций	Свойства дифференциала и инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков. Полиномизация приращения функции
Приложения дифференциала к приближенным вычислениям	Приложения дифференциала к приближенным вычислениям и оценки погрешностей. Задачи прикладного и профессионально-ориентированного характера

Постановка задачи о «линеаризации» приращения функции

Имеющееся в учебниках определение дифференциала как главной части приращения функции при первичном ознакомлении может представиться искусственным, надуманным и не имеющим никакой связи с практикой. Поэтому задача педагога – показать непосредственную связь дифференциала функции с ее производной, продемонстрировать важность линеаризации приращения.

На этапе довузовской подготовки соответствующее рассмотрение полезно предварить задачей конкретного физического содержания [3, с. 121]. Так, пусть имеется зависимость $s = s(t)$ расстояния, пройденного с начала движения, от времени t пребывания в пути материальной точки, движущейся прямолинейно. Если с фиксированного момента t прошло малое время Δt , то соответствующее приращение расстояния есть $\Delta s = s(t + \Delta t) - s(t)$. Возникает вопрос: можно ли приближенно заменить Δs на величину $v(t)\Delta t$, то есть вычислить Δs как путь, который точка прошла бы за то же время Δt , сохранив скорость $v(t)$, достигнутую к моменту t ? Другими словами, можно ли представить движение на малом

временном интервале Δt как равномерное и какова при этом скорость $v(t)$? Ответ на вопрос будет содержаться в понятии производной, которая в данной ситуации интерпретируется как мгновенная скорость движения в момент t

$$s'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Согласно критерию существования предела имеет место представление

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t) + \gamma(t),$$

откуда $\Delta s = s'(t)\Delta t + \gamma(t)\Delta t$, где $\gamma(t)$ – бесконечно малая при $\Delta t \rightarrow 0$. При $s'(t) \neq 0$ второе слагаемое, очевидно, стремится к нулю быстрее первого, так что «основной вклад» в приращение Δs вносит произведение $s'(t)\Delta t$ – выражение, линейное относительно приращения аргумента Δt . Таким образом, при малых значениях Δt перемещение Δs точки можно считать практически равномерным со скоростью $v(t) = s'(t)$.

Если обратиться к вузовскому курсу математики, то здесь понятие дифференциала можно предварить вычислением приращения линейной функции $f(x) = kx + b$ в случае получения аргументом x приращения Δx :

$$\Delta f(x) = k(x + \Delta x) + b - (kx + b) = k\Delta x.$$

Итак, в этом случае $\Delta f(x)$ прямо пропорционально Δx ; заметив, что $f'(x) = k$, получим $\Delta f(x) = f'(x)\Delta x$. Следовательно, для линейной функции $f(x)$ ее приращение (как функция от Δx) зависит от Δx также линейным образом.

Вопрос о возможности подобной *линеаризации* приращения (при малых изменениях аргумента Δx) может быть поставлен и в общем случае. Положительный ответ был бы полезен по ряду причин: например, представилась бы возможность приближенных вычислений значений функции (рассмотрено ниже).

Таким образом, на обеих ступенях обучения математике возникает задача о представлении $\Delta f(x)$ через посредство $f'(x)\Delta x$.

Дифференцируемость функции

Выражение для приращения функции $\Delta f(x)$ может быть получено из определения производной:

$$\Delta f(x) = f'(x)\Delta x + \gamma(x)\Delta x; \quad \gamma(x) \rightarrow 0 \quad (\Delta x \rightarrow 0). \quad (1)$$

Представление $\Delta f(x)$ в виде (1) обычно принимают за определение дифференцируемости функции f в точке x , а главную часть приращения $df(x) = f'(x)\Delta x$, линейную относительно Δx , называют ее дифференциалом

лом в этой точке. Тем самым, существование $f'(x)$ оказывается достаточным условием дифференцируемости функции.

Верно и обратное: существование производной в точке x необходимо для дифференцируемости функции в этой точке, в чем легко убедиться, поделив обе части (1) на Δx и устремив затем Δx к нулю. Таким образом, *существование производной является критерием дифференцируемости функции.*

Понятие «главной части» приращения в вузовском курсе может быть уточнено в терминах сравнения бесконечно малых. Во-первых, при $f'(x) \neq 0$ второе слагаемое в правой части (1) представляет собою бесконечно малую более высокого порядка, чем первое:

$$\frac{\gamma(x)}{f'(x)} \rightarrow 0 \quad (\Delta x \rightarrow 0).$$

Во-вторых, $\Delta f(x)$ и $f'(x)\Delta x$ оказываются эквивалентными

$$\frac{\Delta f(x)}{f'(x)\Delta x} = 1 + \frac{\gamma(x)}{f'(x)} \rightarrow 1 \quad (\Delta x \rightarrow 0).$$

Таким образом, задача о линеаризации приращения функции решена в следующем смысле: получена возможность его записи в виде (1), и, как следствие, возможность приближенного представления

$$\Delta f(x) \approx f'(x)\Delta x. \quad (2)$$

Принимая по определению $dx = \Delta x$ (что согласуется с равенством $dx = x'\Delta x$), дифференциал функции $y = f(x)$ можно записать также в виде

$$dy = f'(x)dx. \quad (3)$$

Геометрический смысл дифференциала

На обоих этапах изучения целесообразно рассматривать геометрическую интерпретацию соответствующего понятия: дифференциал служит средством замены приращения функции на приращение ординаты точки касательной. К данному выводу приходим на основе следующих рассуждений. В уравнении касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad (4)$$

разность между ординатой y точки касательной и значением $f(x_0)$ есть (см. (3) и (4))

$$y - f(x_0) = df(x_0),$$

здесь $\Delta x_0 = x - x_0$. Следовательно, *дифференциал $df(x_0)$ функции f равен приращению ординаты точки касательной (при переходе от x_0 к x), в чем и состоит его геометрический смысл.*

Рассуждения, связанные с уравнением касательной, могут быть дополнены следующим фактом. В соответствии с (2) приращение $f(x) - f(x_0)$ значения функции при переходе от x_0 к x приближенно вычисляется в виде $f(x) - f(x_0) \approx df(x_0)$, и тогда

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \quad (5)$$

Таким образом, значение $f(x)$ может быть приближенно заменено значением линейной функции (5). В этом смысле дифференциал является *средством линеаризации функции*.

В вузовском курсе замена вида (5) может быть сформулирована в терминах «локального спрямления кривой», а в дальнейшем данная идея получает развитие в методе Эйлера решения дифференциальных уравнений [4, с. 29 – 31].

Применение дифференциала

Понятие дифференциала дает возможность формализовать действия по нахождению производной сложной, обратной и параметрически заданной функций. Производную функции $f(x)$, обозначенную в виде $\frac{df}{dx}$, можно, в силу (3), понимать как *отношение* дифференциалов. В этом случае формулы производных сложной и обратной функций получаются следующим образом.

Пусть аргумент x функции $f(x)$ пробегает все значения дифференцируемой (на некотором интервале) функции $x(t)$, так что имеется суперпозиция $f(x(t))$. Записывая *отношение дифференциалов* $\frac{df}{dt}$ в виде произведения дробей

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dx} \frac{dx}{dt},$$

приходим к формуле дифференцирования сложной функции; в иных обозначениях

$$(f(x(t)))' = f'(x(t))x'(t).$$

Далее, если функция $y = f(x)$ обратима, то есть $x = \varphi(y)$, где $\varphi = f^{-1}$, то $\frac{dx}{dy} = 1 : \frac{dy}{dx}$ или

$$\varphi'(y)f'(x) = 1.$$

Последний результат позволяет обучающимся самостоятельно пополнить таблицу производных. А именно, пользуясь производными тригонометрических и показательной функций, легко получить формулы для

производных обратных тригонометрических и логарифмической функций. Так, если $y = \operatorname{arctg} x$, то $x = \operatorname{tg} y$, и тогда

$$\frac{1}{\cos^2 y} (\operatorname{arctg} x)' = 1, \text{ откуда } (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 y} \text{ или } (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}.$$

В вузовском курсе математики приложения дифференциала могут быть распространены на случай функций $y = f(x)$, заданных параметрически, то есть в виде

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases},$$

где параметр t пробегает некоторый интервал (α, β) . В этом случае выражение для производной $f'(x)$ может быть получено следующим образом

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dx}{dt}.$$

Следовательно,

$$f'(x) = \frac{y'(t)}{x'(t)}.$$

Отметим также свойство инвариантности формы дифференциала – свойство, интересное само по себе и имеющее приложение в методе интегрирования путем замены переменной (введения под знак дифференциала). Суть состоит в том, что равенство (3) сохраняется и в случае сложной функции $y = f(x(t))$. Обоснование здесь – следующее. Поскольку дифференциал dx для $x = x(t)$ имеет вид $dx = x'(t)dt$, то

$$dy = (f(x(t)))'dt = f'(x)x'(t)dt = f'(x)dx, \text{ так что } dy = f'(x)dx.$$

Дифференциалы высших порядков

Как нам представляется, дифференциалы высших порядков полезно рассматривать в контексте задачи о «полиномизации» приращения функции $\Delta f(x)$. Речь идет о представлении $\Delta f(x)$ в виде многочлена относительно приращения аргумента Δx . Данный материал связан с такими тонкими вопросами анализа, как формула Тейлора и разложение функций в степенные ряды, что определяет его соответствующее место в курсе высшей математики.

Для функций $f(x)$, обладающих производной второго порядка в точке x , можно ставить вопрос о соответствующем аналоге дифференциала (дифференциале второго порядка). Естественный путь введения определения – нахождение дифференциала от $df(x)$ как функции от x , при сохранении прежнего значения приращения Δx . А именно, вводится $d^2 f(x) = d(df(x))$. Вычисление приводит к результату

$$d^2 f(x) = f''(x)(dx)^2,$$

а дифференциал любого порядка $n = 2, 3, \dots$ может быть определен по индукции

$$d^n f(x) = d(d^{n-1} f(x)),$$

так что

$$d^n f(x) = f^{(n)}(x)(dx)^n.$$

Нам представляется интересным следующий подход, обычно не используемый в учебной практике вузов, но удачно демонстрирующий общую идею аппроксимации полиномами. Согласно (1), главная часть приращения функции $\Delta f(x_0)$ есть полином первой степени относительно приращения $\Delta x_0 = x - x_0$ независимой переменной. Естественна постановка более общей задачи: представить $\Delta f(x_0) = f(x) - f(x_0)$ в виде полинома произвольной степени $n = 1, 2, \dots$

$$\Delta f(x_0) = a_1(x_0)\Delta x_0 + a_2(x_0)(\Delta x_0)^2 + \dots + a_n(x_0)(\Delta x_0)^n + \gamma(x_0)(\Delta x_0)^n. \quad (6)$$

Здесь $\gamma(x_0)$ – бесконечно малая при $\Delta x_0 \rightarrow 0$. Очевидно, что задача (6) равносильна задаче о представлении функции формулой Тейлора, поэтому она может быть рассмотрена параллельно с указанной формулой и решена в виде

$$\Delta f(x_0) = \frac{f'(x_0)}{1!} \Delta x_0 + \frac{f''(x_0)}{2!} (\Delta x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (\Delta x_0)^n + \gamma(x_0)(\Delta x_0)^n.$$

При этом запись остаточного члена $\gamma(x_0)(\Delta x_0)^n$ в форме Лагранжа

$$\frac{f^{(n+1)}(\eta)}{(n+1)!} (\Delta x_0)^{n+1},$$

(где η – некоторая точка между x_0 и $x_0 + \Delta x_0$) позволяет при $n = 1$ уточнить формулу (1)

$$\Delta f(x) = f'(x)\Delta x + \frac{1}{2} f''(\eta)(\Delta x)^2. \quad (7)$$

В свою очередь, результат (7) дает возможность в формуле для приближенного вычисления

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x \quad (8)$$

(см. также (2)) получить верхнюю оценку абсолютной погрешности через

$$\frac{M}{2} (\Delta x)^2, \text{ где } M = \max_G |f''(t)|. \quad (9)$$

Здесь G – отрезок с концами x и $x + \Delta x$ (напомним, что Δx может быть как положительным, так и отрицательным).

Приближенные вычисления с помощью дифференциала

Обучающимся (как школьникам, так и студентам) необходимо иметь представление о математической основе тех алгоритмов, которые заложены в вычислительных программах современной компьютерной техники. В частности, равенство (8), переписанное в виде

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h \quad (10)$$

(приращение Δx переобозначено через h), позволяет находить значение функции в «новой» точке $x+h$, исходя из значения в «старой» (близко расположенной) точке x .

В качестве теоретических упражнений полезно предложить обучающимся самостоятельно получить формулы приближенного вычисления значений некоторых основных элементарных функций; вывод приближенных формул без оценок погрешностей доступен школьникам. Речь идет, например, о следующих случаях.

1) Если $f(x) = e^x$, то соотношение (10) принимает вид $e^{x+h} \approx e^x(1+h)$. Выбрав $x=0$, получаем $e^h \approx 1+h$. Здесь $(e^x)^n = e^{x \cdot n}$, поэтому абсолютная погрешность вычисления, в силу (9), не превзойдет $\frac{e^{h^2}}{2}h^2$; следовательно, она меньше h^2 при $|h| < \sqrt{\ln 2}$.

2) В случае $f(x) = \ln x$, согласно (10), имеет место соотношение

$$\ln(x+h) \approx \ln x + \frac{h}{x} \quad (x > -h).$$

В частности, при $x=1$ получается следующий результат:

$$\ln(1+h) \approx h;$$

на основании (9) абсолютная погрешность вычисления для $h > 0$ не превзойдет

$$\frac{h^2}{2} \max_{t \in [1; 1+h]} \left(\frac{1}{t^2} \right),$$

то есть верхняя граница погрешности есть $\frac{h^2}{2}$.

3) Для функции $f(x) = \sqrt[n]{x}$ равенство (10) принимает вид

$$\sqrt[n]{x+h} \approx \sqrt[n]{x} + \frac{h}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}.$$

При выборе $x=1$ получим

$$\sqrt[n]{1+h} \approx 1 + \frac{h}{n}.$$

Поскольку

$$(\sqrt[n]{1+h})^n = \frac{1-n}{n^2 \sqrt[n]{(1+h)^{2n-1}}},$$

то при $h > 0$ абсолютная погрешность не превзойдет $\frac{(n-1)h^2}{2n^2}$. В частности,

$$\sqrt{1+h} \approx 1 + \frac{h}{2} \text{ с абсолютной погрешностью, не превосходящей } \frac{h^2}{8}.$$

Задачный материал

Более глубокому осознанию математического материала, по нашему мнению, способствует самостоятельное решение учащимися (в дополнение к вышеприведенным) следующих теоретических упражнений (выбор уровня сложности должен соответствовать этапам обучения).

Доказать для дифференцируемых функций $u = u(x)$, $v = v(x)$ равенства:

$$d(u+v) = du + dv;$$

$$d(uv) = u dv + v du;$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u dv - v du}{v^2} \quad (v \neq 0);$$

$$d(e^{uv}) = e^{uv}(u dv + v du)$$

и др.

Представляется полезным решение ряда заданий вычислительного характера. Например, установить приближенные равенства (1-й этап изучения) и оценить абсолютную погрешность вычисления (2-й этап):

$$\ln 1,05 \approx 0,05; \quad e^{0,01} \approx 1,01; \quad \sqrt{4,3} = 2\sqrt{1,075} \approx 2\left(1 + \frac{0,075}{2}\right) = 2,075.$$

Могут быть предложены следующие задачи практико-ориентированного характера (первые две из них доступны школьникам).

1. Пройденный материальной точкой путь s к моменту времени t определяется формулой $s = 5t^3$. Вычислить точно и приближенно (с помощью дифференциала) путь, пройденный точкой с момента 2 с до момента 2,02 с. Какова абсолютная погрешность приближенного вычисления?

2. Расход краски на окрашивание металлического шара составляет ρ граммов на 1 см^2 . Вычислить приближенно с помощью дифференциала расход краски для шара диаметром 40,22 см (принять $\pi = 3,14$).

3. Период колебания маятника (в секундах) определяется по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где l – длина маятника в сантиметрах, $g = 981 \text{ см/с}^2$ – ускорение силы тяжести. Насколько следует изменить длину маятника $l = 20$ см, чтобы период T увеличился на 0,05 с [5, с. 123]?

Заключение

Понятие дифференциала функции одной переменной тесно связано с понятием производной. По этой причине изучение дифференциала функции целесообразно проводить в два этапа: первый – в старших классах общеобразовательной школы, второй – в вузовском курсе математики. На первом этапе дифференциал вводится как главная часть приращения функции и предваряется задачей прикладного содержания (например, задачей о величине перемещения точки за малый промежуток времени), на втором – соответствующие понятия и факты уточняются в терминах сравнения бесконечно малых. На обоих этапах изучения ставится вопрос о линеаризации приращения функции, что представляет значительный интерес с точки зрения приближенных вычислений. Более общий вопрос о полиномизации приращений и соответствующих приложениях рассматривается на втором этапе изучения.

Список литературы

1. Федеральные государственные образовательные стандарты [Электронный ресурс] / Министерство образования и науки РФ. – Режим доступа : <https://минобрнауки.рф/документы/336> (дата обращения: 01.03.2019).
2. Брунер, Дж. Процесс обучения / Дж. Брунер ; ред. А. Р. Лурия ; пер. с англ. О. К. Тихомирова. – М. : Изд-во Академии педагогических наук, 1962. – 82 с.
3. Мышкис, А. Д. Лекции по высшей математике / А. Д. Мышкис. – СПб. : Лань, 2007. – 688 с.
4. Нахман, А. Д. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и их приложениям : учеб. пособие / А. Д. Нахман, С. В. Плотникова. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2005. – 96 с.
5. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие / Б. П. Демидович. – 13-е изд., испр. – М. : Изд-во Московского университета, 1997. – 624 с.

References

1. <https://минобрнауки.рф/документы/336> (accessed 01 March 2019).
2. Bruner Dzh., Luriya A.R. [Ed.] *Protsess obucheniya* [The learning process], Moscow: Izdatel'stvo Akademii pedagogicheskikh nauk, 1962, 82 p. (In Russ.)
3. Myshkis A.D. *Lektsii po vysshey matematike* [Lectures in higher mathematics], St. Petersburg: Lan', 2007, 688 p. (In Russ.)
4. Nakhman A.D., Plotnikova S.V. *Sbornik zadach po differentsial'nyim uravneniyam i ikh pri-lozheniyam: uchebnoye posobiye* [Collection of problems on differential equations and their applications: a tutorial], Tambov: Izdatel'stvo TGTU, 2005, 96 p. (In Russ.)
5. Demidovich B.P. *Sbornik zadach i upravneniy po matematicheskomu analizu: uchebnoye posobiye* [A collection of tasks and exercises on mathematical analysis: a tutorial], Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1997, 624 p. (In Russ.)

Content-Applied Aspects of Studying the Concept of Differential in the Course of Mathematics

A. D. Nakhman

Tambov State Technical University, Tambov, Russia

Keywords: function differential; linearization and polynomization; continuity of study.

Abstract: In the school course, the concept of differential, its geometric meaning and simple applications as an innovative element of content can be introduced in parallel with the concept of derivative. The main aspects of the continuity of the study of the relevant material are highlighted. The importance of the problem of linearization and polynomization of the increment of the function is substantiated. The questions of linearization and polynomization are considered in the context of the mathematical basis of the corresponding computational algorithms.

© А. Д. Нахман, 2019