УДК 519.71, 504.06
DOI: 10.17277/voprosy.2017.03.pp.061-074

ОБ ОЦЕНКАХ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ В ПРИРОДО-ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

Н. С. Попов, О. В. Пещерова, А. Э. Стрельникова

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов, Россия; ООО «Известняк», г. Тамбов, Россия

Рецензент д-р техн. наук, профессор В. Н. Шамкин

Ключевые слова: неоклассическая теория роста; метод абсолютной устойчивости; природо-промышленные системы; сходимость последовательностей; устойчивое развитие; устойчивость по вероятности.

Аннотация: Проанализировано понятие «устойчивое развитие» с позиций замкнутой системы управления. Проведено обсуждение особенностей выполнения условий «строгой», «слабой» и «критической» устойчивости, используемых в неоклассической теории роста. В классе природо-промышленных макросистем формализована задача управления устойчивым развитием по критерию «критической» устойчивости. Предложены два подхода к анализу природо-промышленных макросистем: по «внешнему» описанию с применением метода абсолютной устойчивости; по «внутреннему» описанию, основанному на результатах анализа решений системы стохастических дифференциальных уравнений. Предложен вариант решения проблемы устойчивости на основе анализа сходимости эмпирических временных рядов индикаторов состояния системы.

Анализ поведения интересуемых объектов на устойчивость является ключевой задачей проектирования систем управления, поскольку в случае неустойчивости объектов внешние или внутренние возмущения порождают качественные изменения в траектории их движения, ведущие к нежелательным последствиям. Управлять такими объектами не представляется возможным. Только соответствующим образом организованная устойчивая система управления способна формировать предсказуемую (нужную)

Попов Николай Сергеевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: eco@nnn.tstu.ru; Пещерова Ольга Викторовна – ассистент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», ТамбГТУ, г. Тамбов, Россия; Стрельникова Алина Эдуардовна – экономист ООО «Известняк», г. Тамбов, Россия.

реакцию объекта на сигналы управления и, тем самым, выполнять свою целевую задачу.

Несмотря на то, что термин «устойчивость» перегружен и не имеет четко определенного содержания, на его основе создана математическая теория устойчивости, объединяющая «совокупность взглядов, представлений, идей, понятий, рассуждений, методов и обобщений, возникших и возникающих с целью изучения устойчивости движения» [1]. Устойчивость движения системы означает, что малые изменения входных воздействий, начальных условий или параметров не приводят к значительным отклонениям выходных переменных состояния. В свою очередь знание условий устойчивости системы позволяет определить допустимые диапазоны изменения регулировочных параметров, в пределах которых возможно улучшение качества ее работы.

В последние десятилетия проблема устойчивости стала темой для интенсивной дискуссии в сфере социально-экономических и экологических отношений, развернутой в результате проведения ряда международных форумов: Всемирной комиссии ООН по окружающей среде и развитию (1987 г.), Конференции ООН по окружающей среде и развитию в Рио-де-Жанейро (1992 г.), Конференции ООН по устойчивому развитию Рио +20 (2012 г.), Генеральной Ассамблеи ООН от 25 сентября 2015 г. с повесткой дня по Целям устойчивого развития до 2030 года.

На этих встречах проблема устойчивости впервые была осознана на глобальном (биосферном) уровне, в аспекте выживания человечества при условиях небывалого роста антропогенной нагрузки на природу. Тогда же в докладе «Наше общее будущее» (Конференция ООН, 1987 г.) понятие «устойчивое развитие» (sustainable development) было определено как «такое развитие, при котором удовлетворяются потребности настоящего времени, но не ставится под угрозу способность будущих поколений удовлетворять свои потребности». В этом словосочетании «устойчивость» ассоциируется с предельными хозяйственными нагрузками на экосистемы, а «развитие» отождествляется с ростом экономики [2]. Примечательно, что в английском языке слово «sustain» означает удержание чего-либо от падения или провала или, по крайней мере, неухудшение существующего положения, не отрицая и возможности его улучшения. К сожалению реалистичность концепции устойчивого развития экономики, природы и общества в современном мире пока остается под вопросом, поскольку запасы невозобновляемых природных ресурсов на Земле ограничены, а необходимость их жесткой экономии обществом ради будущих поколений людей в целом недооценивается.

Очевидная расплывчатость определения «устойчивое развитие», вкупе с множеством разработанных в математической теории устойчивости методов анализа технических систем, побудили представителей научных школ различного профиля рассматривать данную проблему под своим углом зрения и предлагать возможные подходы к ее решению, основываясь на идее перераспределения приростов благосостояния в пользу стран третьего мира и будущих поколений. Главной задачей исследователей проблемы при этом является определение набора технологических, экономических и социальных инструментов, способных сделать долгосрочное развитие экономики устойчивым.

Наиболее развитая на сегодня неоклассическая экономическая теория имеет дело с долгосрочными аспектами экономического развития в рамках теории роста, использующей равновесные сбалансированные траектории движения экономических систем[1]. В ее арсенале такие научные термины как «слабая» и «сильная» устойчивость, понятия «глобальной» и «локальной» устойчивости: система считается «глобально» устойчивой, если свойство устойчивости выполняется для всех возможных траекторий движения системы внутри всей области, в которой она исследуется и является «локально» устойчивой, если свойство устойчивости установлено только для траектории, находящейся «вблизи» равновесной [3].

В качестве критерия выбора оптимальной траектории роста неоклассическая теория принимает максимизацию общественного благосостояния, которое ассоциируется в основном с потреблением производимых товаров. При этом почти игнорирует природную компоненту, от которой во многом зависит достижение экономических, экологических и социальных целей.

Другие современные экономические концепции отличаются от неоклассической теории роста тем, что в качестве критериев благосостояния общества рассматривают все источники, из которых оно образуется: труд, капитал (имущество) и природные богатства, а различие ряда концепций объясняется, в основном, интерпретацией понятия капитал. В таком варианте устойчивое развитие можно рассматривать более широко, в аспекте роста благосостояния, капитала и сохранности естественных условий жизни людей, включая и биоразнообразие.

В работе [4] приведены условия «строгой» устойчивости роста в форме следующих ограничений:

$$x_{t+1} \geq x_t; \tag{1}$$

$$EQ_{t+1} \geq EQ_t; \tag{2}$$

$$\forall t \in \{1, ..., \infty\},$$

где x_t – объем выпуска агрегированной продукции в экономическом секторе хозяйства в период времени t; EQ_t – индикатор состояния экологического сектора в этом же периоде.

Выполнение условий (1), (2) означает, во-первых, раздельное рассмотрение секторов экономики и экологии, во-вторых, требование по неухудшению их новых состояний в (t+1)-м периоде времени.

Поводов для критики концепции «строгой» устойчивости несколько. Они связаны, в частности, с требованием постоянства во времени природного капитала, невозможностью развития экономики без ухудшения «миллионов индикаторов» состояния экологического сектора, отсутствием критериев выбора в случае появления различных вариантов развития экономической системы и т.д.

В отличие от концепции «строгой» устойчивости другая концепция – «слабой» устойчивости роста [4], исходит из понимания необходимости объединения экономических и экологических ценностей в единую конст-

---

[1] Равновесный сбалансированный рост – развитие, при котором все пропорции экономики остаются стационарными.

рукцию благосостояния, с возможностью их взаимного замещения. В этом случае условием устойчивого роста является требование

$$U(x_{t+1}, EQ_{t+1}) \geq U(x_t, EQ_t),\ \forall t \in \{1, ..., \infty\}, \tag{3}$$

где U – векторная функция благосостояния, включающая агрегированные показатели экономического x и экологического EQ секторов хозяйства в t-м и (t+1)-м периодах времени. Сложность использования (3) возникает при сопоставлении (замещении) природного и экономического капитала.

Еще одна концепция – «критической» устойчивости роста [4], занимает промежуточное положение между двумя вышеназванными. С одной стороны, она принимает принцип совмещения антропогенного и экологического капитала в общественном благосостоянии, а с другой, – не допускает потребления природных ресурсов свыше минимально-допустимого для них уровня. Условие «критической» устойчивости выглядит следующим образом:

$$U(x_{t+1}, EQ_{t+1}) \geq U(x_t, EQ_t); \tag{4}$$

$$EQ_t \geq \overline{EQ},\ \forall t \in \{1, ..., \infty\}, \tag{5}$$

где $\overline{EQ}$ – «критический» уровень качества окружающей среды.

Заметим, что условия (1) – (5) имеют важное смысловое значение прежде всего для экономистов, поскольку символизируют возможные цели развития экономических систем со множеством сопутствующих нюансов, обсуждаемых в работах [5, 6]. Соответствующие этим условиям траектории устойчивого роста представляют собой монотонно неубывающие временные последовательности (1), (2) или монотонно неубывающие функции многих переменных (3), (4), в которых последующие значения оказываются «лучше» предыдущих в результате эффективной работы системы управления. То есть условия устойчивости (1) – (5) следует понимать не только по отношению к объекту управления, но и к замкнутой системе управления. При этом в ситуации с конкретным объектом управления вопрос о переводе его из состояния x_t в x_{t+1} обязательно потребует проверки объекта на устойчивость теми методами теории устойчивости, которые наилучшим образом отвечают решаемой задаче [7].

Однако на современном этапе понимания проблемы устойчивого развития контроль эколого-экономических и социальных процессов, как и принятие по ним управленческих решений, осуществляется на основе экспертного подхода, использующего системы индексов и индикаторов, разработанных ведущими международными организациями: ООН, Всемирным банком, Организацией стран экономического сотрудничества и развития, Европейской комиссией и другими [8].

Приведем недостатки такого подхода с позиций управления:

– неоднозначность получаемых оценок состояния хозяйственной системы от множества одновременно воздействующих на нее возмущений и управлений;

– неспособность эффективно управлять чрезвычайно сложными объектами без использования для этого их математических моделей;

– отсутствие методики анализа устойчивости развития системы по эмпирическим данным.

По этим причинам реальные показатели развития в контрольные моменты времени могут показать и улучшение состояний экологических и экономических секторов хозяйства, и внезапные их ухудшения, связанные с ошибками управления. Поскольку управление всегда основывается на понимании возможностей объекта, в каждой конкретной ситуации необходимо иметь его формализованное описание, а затем методом имитационного исследования математической модели определить особенности поведения объекта во всем диапазоне изменений начальных условий, параметров и управлений.

Целью данной работы является перенос проблемы устойчивого развития с абстрактно-смыслового уровня анализа, на котором объекты управления представлены весьма неопределенно, на описательный уровень, способный отображать реальные особенности поведения экономических и экологических секторов хозяйства. При этом в качестве научной платформы для описательного подхода воспользуемся классом природо-промышленных систем (**ППС**), структура которого показана на рис. 1.

Условные обозначения: $S_П$, $S_Э$ – промышленная и экологическая подсистемы; $X_П$, $X_Э$ – множества внешних воздействий $S_П$ (сырье, энергия, инвестиции и т.д.) и $S_Э$ (солнечная энергия, влага, примеси и т.д.); $Y_П$, $Y_Э$ – множества выходных воздействий $S_П$ (целевые и побочные продукты производства) и $S_Э$ (биологические виды, влага, экологические блага и т.д.); $Z_{YП} \equiv Z_{XЭ}$ и $Z_{YЭ} \equiv Z_{XП}$ – связующие переменные. В составе $Z_{XЭ}$ – отходы производства, а в составе $Z_{XП}$ – ресурсы.

Природо-промышленную систему можно представить в виде отношения на декартовом произведении

$$S_{ППС} \subset \left(X_П \times X_Э\right) \times \left(Y_П \times Y_Э\right), \tag{6}$$

определяемого по формуле $S_{ППС} = \Omega\left(S_П \circ S_Э\right)$, где $\circ$ означает операцию последовательного соединения $S_П$ с $S_Э$, а Ω – знак замыкания обратной связи; $\times$ – знак декартова произведения.

Связующие переменные $Z_{XЭ}$ и $Z_{XП}$ формально выражают уровень экономической активности в $S_П$ и качество природной среды в $S_Э$ соответственно. Характер поведения $S_{ППС}$ во времени зависит от действия всех положительных и обратных связей, существующих между $S_П$ и $S_Э$.

Природо-промышленная система относится к классу термодинамически открытых макросистем с иерархической структурой соединения элементов, детерминировано-стохастической природой процессов, нелинейным характером их поведения и запаздыванием сигналов в каналах связи.

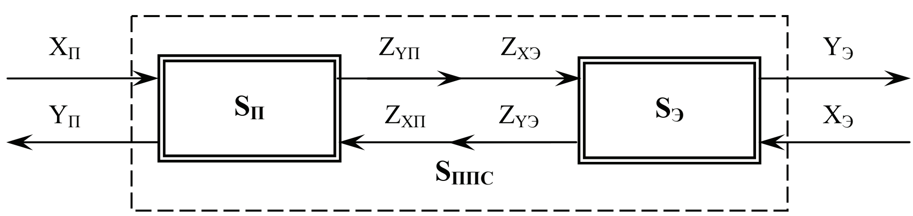

Рис. 1. Структурная схема природо-промышленной системы [9]

Пусть $X_{\Pi} = U_{\Pi} \times R_{\Pi}$, а $Z_{X\Pi} = Z_{YЭ}^{A} \times Z_{YЭ}^{B}$. Обозначим $u_{\Pi} \in U_{\Pi}$ и $r_{\Pi} \in R_{\Pi}$ – соответственно управляемые и наблюдаемые переменные в S_{Π}, а $z_{YЭ}^{A} \in Z_{YЭ}^{A}$ и $z_{YЭ}^{B} \in Z_{YЭ}^{B}$ – соответственно абиотические и биотические компоненты $S_{Э}$. И пусть $X_{Э} = U_{Э} \times R_{Э}$, $Y_{Э} = Y_{Э}^{A} \times Y_{Э}^{B}$, $Z_{XЭ} = Z_{Y\Pi}$. Обозначим $u_{Э} \in U_{Э}$ и $r_{Э} \in R_{Э}$ – соответственно управляемые и наблюдаемые переменные в $S_{Э}$, а $y_{Э}^{A} \in Y_{Э}^{A}$ и $y_{Э}^{B} \in Y_{Э}^{B}$ – соответственно абиотические и биотические переменные в $S_{Э}$.

Постановку задачи выбора оптимальной траектории развития ППС на основе концепции «критической» устойчивости сформулируем следующим образом.

Будем считать, что $U_{Э}^{T}$, $R_{Э}^{T}$, U_{Π}^{T}, R_{Π}^{T}, $Y_{Э}^{TA}$, $Y_{Э}^{TB}$, $Z_{Y\Pi}^{T}$, $Y_{\Pi}^{T}, Z_{YЭ}^{TA}$, $Z_{YЭ}^{TB}$ есть множества всех возможных отображений из множества моментов времени T соответственно в $U_{Э}$, $R_{Э}$, U_{Π}, R_{Π}, $Y_{Э}^{A}$, $Y_{Э}^{B}$, $Z_{Y\Pi}$, Y_{Π}, $Z_{YЭ}^{A}$, $Z_{YЭ}^{B}$, являющихся конечномерными векторными евклидовыми пространствами. При этом $y_{\Pi} \in Y_{\Pi}^{T} \subseteq Y_{\Pi}$, $z_{Y\Pi} \in Z_{Y\Pi}^{T} \subseteq Z_{Y\Pi}$, $y_{Э}^{A} \in Y_{Э}^{TA} \subseteq Y_{Э}^{A}$, $y_{Э}^{B} \in Y_{Э}^{TB} \subseteq Y_{Э}^{B}$, $z_{YЭ}^{A} \in Z_{YЭ}^{TA} \subseteq Z_{YЭ}^{A}$, $z_{YЭ}^{B} \in Z_{YЭ}^{TB} \subseteq Z_{YЭ}^{B}$ являются функциями, определенными на $[0, T]$.

Значения функций в момент времени t обозначим соответственно $y(t)$, $z_{Y\Pi}(t)$, $y_{Э}^{A}(t)$, $y_{Э}^{B}(t)$, $z_{YЭ}^{A}(t)$, $z_{YЭ}^{B}(t)$. Кроме интервала времени T воспользуемся отрезками $\overline{T}^{t} = \{t' \mid t' \le t\}$ и $T^{t} = \{t' \mid t' < t\}$. Обозначим сужения соответствующих функций $y_{\Pi} \in Y_{\Pi}^{T}$, $z_{Y\Pi} \in Z_{Y\Pi}^{T}$, $y_{Э}^{A} \in Y_{Э}^{TA}$, $y_{Э}^{B} \in Y_{Э}^{TB}$, $z_{YЭ}^{A} \in Z_{YЭ}^{TA}$, $z_{YЭ}^{B} \in Z_{YЭ}^{TB}$ на отрезок времени $\overline{T}^{t}$ или T^{t} следующим образом $x^{t} = x\big|T^{t}, x^{t} = x\big|\overline{T}^{t}$, где x – одна из функций ($y_{Э}^{A}$, $y_{Э}^{B}$, $z_{Y\Pi}$, y_{Π}, $z_{YЭ}^{A}$, $z_{YЭ}^{B}$). Определим сужение множеств $Y_{\Pi} = \left\{ y_{\Pi}^{t} : y_{\Pi}^{T} = y_{\Pi} \mid T^{t} \;\&\; y_{\Pi} \in Y_{\Pi}^{T} \right\}$, $\overline{Y}_{\Pi}^{t} = \left\{ \overline{y}_{\Pi}^{t} : \overline{y}_{\Pi}^{T} = y_{\Pi} \mid \overline{T}^{t} \;\&\; y_{\Pi} \in Y_{\Pi}^{T} \right\}$ и т.д. для $Y_{Э}^{tA}$, $Y_{Э}^{tB}$, $Z_{Y\Pi}^{t}$, $Z_{YЭ}^{tA}$, $Z_{YЭ}^{tB}$. Определим для любого множества, например, Y_{Π}^{T}, множество $\tilde{Y}_{\Pi}$ всех возможных сужений элементов из Y_{Π}^{T}:

$$\tilde{Y}_{\Pi} = \left\{ y_{\Pi}^{t} : \left(y_{\Pi}^{T} = y_{\Pi} \vee y_{\Pi}^{t} = y_{\Pi}^{t} \vee y_{\Pi}^{t} \right) \& \left(y_{\Pi} \in Y^{T} \;\&\; t \in [0, T] \right) \right\}.$$

Аналогично определим множества $\tilde{Y}_{Э}^{A}$, $\tilde{Y}_{Э}^{B}$, $\tilde{Z}_{Y\Pi}$, $\tilde{Z}_{YЭ}^{A}$, $\tilde{Z}_{YЭ}^{B}$.

Математическую модель представим теперь системой операторов:

$$\begin{aligned}
&F_1 : \Gamma_{r_{\Pi}, u_{\Pi}, z_{y_{Э}^{A}}, z_{y_{Э}^{B}}} \to \Gamma_{Y\Pi}; && F_2 : \Gamma_{r_{\Pi}, u_{\Pi}, z_{y_{Э}^{A}}, z_{y_{Э}^{B}}} \to \Gamma_{zY\Pi}; \\
&\Phi_1 : \Gamma_{r_{Э}, u_{Э}, z_{Y\Pi}, y_{Э}^{B}} \to \Gamma_{Y_{Э}^{A}}; && \Phi_2 : \Gamma_{r_{Э}, u_{Э}, z_{Y\Pi}, y_{Э}^{A}} \to \Gamma_{Y_{Э}^{B}}; \\
&\Phi_3 : \Gamma_{r_{Э}, u_{Э}, z_{Y\Pi}, z_{Y_{Э}^{A}}} \to \Gamma_{z_{Y_{Э}^{B}}}; && \Phi_4 : \Gamma_{r_{Э}, u_{Э}, z_{Y\Pi}, z_{Y_{Э}^{B}}} \to \Gamma_{z_{Y_{Э}^{A}}},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\Gamma_{Y\Pi} \subseteq \tilde{Y}_{\Pi}$, $\Gamma_{z_{Y\Pi}} \subseteq \tilde{Z}_{Y\Pi}$, $\Gamma_{y_Э^A} \subseteq \tilde{Y}_Э^A$, $\Gamma_{Y_Э^B} \subseteq \tilde{Y}_Э^B$, $\Gamma_{z_{y_Э^A}} \subseteq \tilde{Z}_{y_Э^A}$, $\Gamma_{z_{y_Э^B}} \subseteq \tilde{Z}_{y_Э^B}$,

$\Gamma_{r_\Pi, u_\Pi, z_{Y_Э^A}, z_{Y_Э^B}} \subset \tilde{R}_\Pi \times \tilde{U}_\Pi \times \tilde{Z}_{Y_Э^A} \times \tilde{Z}_{Y_Э^B}$, $\Gamma_{r_Э, u_Э, z_{Y\Pi}, y_Э^B} \subset \tilde{R}_Э \times \tilde{U}_Э \times \tilde{Z}_{Y\Pi} \times \tilde{Y}_Э^B$,

$\Gamma_{r_Э, u_Э, z_{Y\Pi}, y_Э^A} \subset \tilde{R}_Э \times \tilde{U}_Э \times \tilde{Z}_{Y\Pi} \times \tilde{Y}_Э^A$, $\Gamma_{r_Э, u_Э, z_{Y\Pi}, z_{Y_Э^B}} \subset \tilde{R}_Э \times \tilde{U}_Э \times \tilde{Z}_{Y\Pi} \times \tilde{Z}_{Y_Э^B}$;

$\Gamma_{r_Э, u_Э, z_{Y\Pi}, z_{Y_Э^A}} \subset \tilde{R}_Э \times \tilde{U}_Э \times \tilde{Z}_{Y\Pi} \times \tilde{Z}_{Y_Э^A}$.

Будем полагать, что для любого r_Π задана система планово-технологических требований, часть которых должна удовлетворяться на интервале $[0, T]$, другая часть в каждый момент времени, третья часть – на некотором множестве $\{T^t\}$ отрезков времени T^t:

$$\Psi\left(r_\Pi, y_\Pi, u_\Pi\right) \geq 0; \tag{8}$$

$$\tilde{F}\left(r_\Pi^t, y_\Pi^t, u_\Pi^t\right) \geq 0, \quad t \in T_{\tilde{F}}; \tag{9}$$

$$\dot{F}\left(r_\Pi(t), y_\Pi(t), u_\Pi(t)\right) \geq 0, \quad t \in T_{\dot{F}}; \tag{10}$$

$$\Xi\left(z_{Y\Pi}^t\right) \geq 0, \quad t \in T_\Xi, \tag{11}$$

$$\tilde{G}\left(z_{Y\Pi}(t)\right) \geq 0, \quad t \in [0, T], \tag{12}$$

где Ψ, Ξ и $\tilde{F}$ – векторы функционалов вида $\Psi = \left(\Psi_1, \Psi_2, ..., \Psi_k\right)$; $\Xi = \left(\Xi_1, \Xi_2, ..., \Xi_k\right)$; $\tilde{F}_i : \Gamma_{r_\text{п}, y_\text{п}, u_\text{п}} \to E, i = \overline{1, k_{\tilde{F}}}$; $\Gamma_{r_\text{п}, y_\text{п}, u_\text{п}} \subseteq \tilde{R}_\Pi \times \tilde{Y}_\Pi \times \tilde{U}_\Pi$; $\Xi_j : \Gamma_{z_{\text{уп}}} \to E, \ j = \overline{1, k_\Xi}$.

Здесь E – числовая ось; $\dot{F}$, $\tilde{G}$ – векторные функции; $T_{\tilde{F}}, T_{\dot{F}}, T_\Xi$ – множества моментов времени, принадлежащие $[0, T]$. Систему ограничений на экологические показатели зададим в виде:

$$H_1\left(y_Э^A, y_Э^B, r_Э\right) \geq 0; \tag{13}$$

$$H_2\left(\left(y_Э^A\right)^t, \left(y_Э^B\right)^t, r_Э^t\right) \geq 0; \tag{14}$$

$$H_3\left(y_Э^A(t), y_Э^B(t), r_Э(t)\right) \geq 0, \tag{15}$$

где $H = (H_1, H_2, \ldots, H_k)$ – вектор функционалов

$$H_i : \Gamma_{y_Э^A, y_Э^B, r_Э} \to E, i = \overline{1, k_H}; \ \Gamma_{y_Э^A, y_Э^B, r_Э} \subseteq \tilde{Y}_Э^A \times \tilde{Y}_Э^B \times \tilde{R}_Э. \tag{16}$$

Целевую функцию Q представим в виде отображения

$$Q: Y_\Pi^T \times U_\Pi^T \times R_\Pi^T \times Y_Э^{AT} \times Y_Э^{BT} \times U_Э^T \to \chi, \tag{17}$$

где χ – множество, в общем случае частично упорядоченное отношением «$\geq$». Задача при этих обозначениях формулируется следующим образом.

Для определенных на $[0, T]$ функциях r_Π и $r_Э$ найти такие управляющие воздействия $u_\Pi^* \in U_\Pi^T(r_\Pi) \subseteq U_\Pi^T$ и $u_Э^* \in U_Э^T(r_Э) \subseteq U_Э^T$, при которых условия и ограничения (7) – (15) и для всех $u_{\Pi}^{*} \in U_{\Pi}^{T}(r_{\Pi})$, $u_{Э}^{*} \in U_{Э}^{T}(r_{Э})$, при которых справедливы (7) – (15), имеем

$$Q\left(y_{\Pi}, u_{\Pi}^{*}, r_{\Pi}, y_{Э}^{A}, y_{Э}^{B}, u_{Э}^{*}\right) \geq Q\left(y_{\Pi}, u_{\Pi}, r_{\Pi}, y_{Э}^{A}, y_{Э}^{B}, u_{Э}\right).$$

По аналогии с (4) критерием оптимальности Q в задаче (7) – (17) является функция благосостояния, а «критический» уровень качества окружающей среды (5) включен в ограничения (13) – (15). К особенностям поставленной задачи относятся условия вида (9), (11), (14) и (15), учитывающие влияние естественных сезонных изменений на качество функционирования ППС.

Заметим также, что постановка задачи (7) – (17) априори предполагает наличие управляемости в ППС, то есть возможность улучшения значений Q на интервале времени $[0, \mathrm{T}]$, вне зависимости от того – будут или нет эколого-экономические взаимодействия реальных подсистем S_{Π} и $S_{Э}$ устойчивыми в «каноническом» смысле. Таким образом, проблему устойчивого развития рассмотрим в аспекте устойчивости системы оптимального управления, а именно в совокупности и объектов, и органов административного управления. При этом выбор методов оценки устойчивости функционирования ППС оказывается зависимым от характеристик S_{Π} и $S_{Э}$ (таких как линейность, детерминированность, связность и других), и интересуемого типа устойчивости (например, в «малом», «большом», асимптотической и т.п.).

Существуют два принципиально разных подхода к определению устойчивости процессов управления сложными системами: по «внешнему» и «внутреннему» описаниям [10]. В первом из них исследуемая система может быть представлена в виде «черного» ящика, операторы которого при ограниченных входных воздействиях продуцируют ограниченные по уровню выходные реакции, а во втором, система описывается дифференциальными уравнениями, на исследовании которых основаны все классические результаты А. Ляпунова. Оба подхода представлены а работах [1, 7]. Рассмотрим их применение к двум практически важным вариантам описания ППС.

Вариант 1. Согласно одному из правил менеджмента устойчивого развития эмиссии промышленных предприятий всегда должны быть меньше уровня ассимиляционной способности окружающей среды [4]. Из этого следует, что природа эффективно справляется только с небольшими объемами загрязнений, свыше которых возникают значительные экологические ущербы. Компенсировать эти ущербы должно предприятие в соответствии с принципом «загрязнитель платит».

Указанное обстоятельство можно использовать как эколого-экономический регулятор, встроенный в систему управления хозяйственной деятельностью ППС. Работу регулятора представим в виде нелинейной функции на рис. 2, где f – предельное значение антропогенной нагрузки на экосистему, за которым наблюдается рост потерь в окружающей среде от исчезновения видов, деструкций, заболеваний и т.п. Интервал $[0, f]$ – зона «нечувствительности» регулятора. Семейство кривых на рис. 2 отождествим с нелинейным звеном типа «клапан», известным в теории автоматического управления.

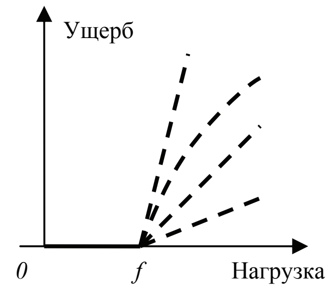

Рис. 2. Семейство кривых роста экологического ущерба от величины нагрузки

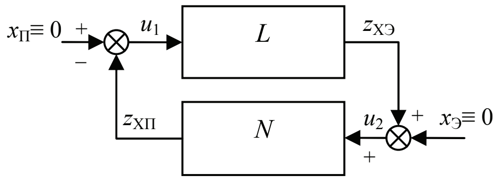

Рис. 3. Структура системы управления ППС

С учетом этого систему управления ППС представим в виде встречно-параллельного соединения двух операторов: L – линейного, описывающего работу подсистемы $S_П$, и N – нелинейного звена (регулятора) в обратной связи, описывающего реакцию подсистемы $S_Э$ на антропогенные воздействия. Векторные переменные $x_П$, $x_Э$ соответствуют обозначениям на рис. 1; u_1 и u_2 – переменные, характеризующие отклонения в работе системы управления:

$$u_1 = x_П - N_1 u_2; \tag{18}$$

$$u_2 = x_Э - L u_1. \tag{19}$$

Для системы, приведенной на рис. 3 воспользуемся понятием абсолютной устойчивости, характеризующим движение системы при любых начальных возмущениях и любой нелинейности, подчиняющейся определенным условиям. Если $x(t)$ – вектор состояния рассматриваемой системы, записанной в отклонениях от невозмущенного состояния, тогда для абсолютной устойчивости требуется, чтобы норма $\|x(t)\| \to 0$, при $t \to \infty$ при любых начальных состояниях.

Целью исследования (18), (19) в аспекте устойчивости по «внешнему» описанию является определение условий, которые необходимо наложить на операторы L и N с тем, чтобы гарантировать получение ограниченных выходов системы при ограниченных входах. В противном случае выходной сигнал может неограниченно возрастать. Такими условиями являются [11]:

$$\mu_1 \le \frac{u_1(t)}{u_2(t)} \le \mu_2, \text{ при } u_2(t) \ne 0; \tag{20}$$

$$u_1(t) = 0, \text{ при } u_2(t) = 0, \tag{21}$$

из которых следует, что точка $[u_2(t), u_1(t)]$ должна всегда находиться в двухполюсном секторе $M[\mu_1, \mu_2]$ между прямыми $u_1 = \mu_1 u_2$ и $u_1 = \mu_2 u_2$ на плоскости $\{u_1, u_2\}$, включая и данные прямые (рис. 4). Для ППС это крайне важно, так как вид нелинейности не всегда может быть хорошо известен, а поэтому лучше знать заранее «диапазоны» ее возможных значений.

Заметим, что нелинейность может обладать характеристиками типа пассивного или активного гистерезиса и может быть нестационарной. Тогда как линейный оператор должен иметь устойчивый выходной сигнал с коэффициентом затухания α, то есть при $\alpha > 0$ выходная реакция на импульс или начальные условия должна стремиться к нулю быстрее, чем функция $\exp(-\alpha t)$. Данный метод управления позволяет также анализировать устойчивость функционирования ППС с распределенными переменными и запаздыванием.

Для описания линейного звена (подсистемы $S_П$) применима модель вида

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{22}$$

а для нелинейных (подсистемы $S_Э$) – модель в форме

$$z = Hx, \tag{23}$$

где $u \equiv u_1 = u_1(t)$ – векторный вход линейной части (выход нелинейной), а $z \equiv u_2 = u_2(t)$ – векторный выход линейной части (вход нелинейной), A, B и H – матрицы размерностью $n \times n$, $n \times k$ и $1 \times n$ соответственно. Заметим, что в совокупности (22) и (23) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений.

Природо-промышленная система в варианте описаний (22) и (23) управляема, если ранг $(n \times nk)$ матрицы $(B|AB|...|A^{n-1}B)$ будет равен n, а $\det(A - i\omega E) \neq 0$ для всех вещественных ω, где E – единичная матрица и $i^2 = -1$.

Вариант 2. Пусть ППС находится под административным управлением, нацеленным на решение региональной задачи устойчивого социально-экономического и экологического развития. Анализ устойчивости по «внутреннему» описанию предполагает наличие репрезентативных моделей интересуемых процессов в форме дифференциальных уравнений. Под репрезентативностью здесь следует понимать включение в модель вероятностных аспектов поведения ППС, поскольку экосистемы, входящие в ее состав, обладают существенной неопределенностью по входным воздействиям и по операторам их преобразования в выходные сигналы [9].

С учетом этого обстоятельства модели ППС должны строиться на основе стохастических дифференциальных уравнений типа

$$\frac{dx}{dt} = F\left[x, t, \xi(t, \omega)\right], \tag{24}$$

а их решение рассматриваться с позиций устойчивости стохастических систем.

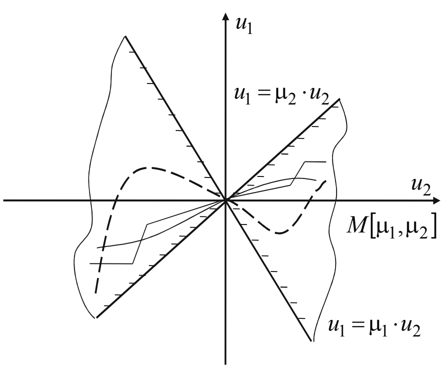

Рис. 4. Семейство нелинейностей в $M[\mu_1, \mu_2]$

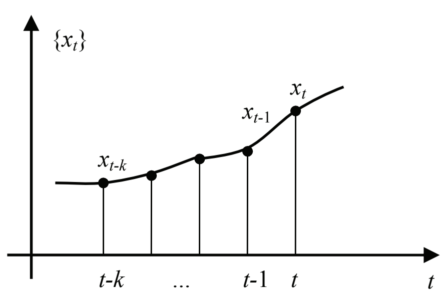

Рис. 5. Динамический ряд индикатора состояния ППС

В формуле (24) $x = x(t)$ – вектор переменных состояний, $\omega \in \Omega$ – множество элементарных событий, определенных на вероятностном пространстве (Ω, $\mathcal{A}$, P), где $\mathcal{A}$ – σ-алгебра подмножеств событий в Ω, а P – вероятностная мера, определенная на элементах множества $\mathcal{A}$; $\xi(t) = \xi(t,\omega), t \in T, \omega \in \Omega$ – функция со значениями в E_n, представляющая собой случайный процесс, если $\xi(t,\omega)$ при каждом t является случайной величиной, а при фиксированном ω является его траекторией; множество моментов времени $T = \{t : a \le t < b\}$, где $a < b \le \infty$; F – оператор преобразования $\xi(t,\omega)$ в случайный процесс $x(t)$.

С помощью новых переменных, равных отклонениям координат возмущенного движения от невозмущенного, задачу об устойчивости решения (24) удается свести к задаче устойчивости по вероятности тривиального решения $x(t) \equiv 0$. Решение называют устойчивым по вероятности [12], если для любых $\varepsilon > 0, \rho > 0$ можно найти такое $\delta(\varepsilon,\rho) > 0$, что

$$\|x_0\| < \delta \Rightarrow P\left\{ \sup_{t_0 < t < \infty} \|x(t)\| < \varepsilon \right\} > 1 - \rho, \tag{25}$$

где P – символ вероятности, $\|\cdot\|$ – норма в пространстве E_n; ρ, ε и δ – достаточно малые положительные числа.

Смысл данного выражения в том, что при устойчивом решении $x(t) \equiv 0$ начальные возмущения всегда можно выбрать такими, при которых вероятность больших отклонений системы при $t > t_0$ от начала координат будет меньше любого наперед заданного значения $\rho > 0$.

При отсутствии моделей ППС в форме (24) приходится пользоваться регулярными данными статистической отчетности о состоянии подсистем, либо значениями индексов и индикаторов устойчивого развития, используемыми аналитическими службами органов административного управления. То есть анализ решения уравнений модели на устойчивость заменяется анализом поведения эмпирических дискретных последовательностей, полученных в системе реального управления ППС.

В качестве примера на рис. 5 показан фрагмент динамического поведения одного из условных показателей развития экономического сектора ППС, обозначенного $\{x_t\}$ и зафиксированного через промежутки времени $t,\ t-1,\ t-2, \ldots$. Если последовательность сходящаяся, то процесс $x(t)$ будет стационарным, находящимся в статистическом равновесии относительно постоянного среднего уровня. В действительности $\{x_t\}$ являются выборочными реализациями, генерируемыми порождающим процессом $\xi(t,\omega)$, и в случае равноотстоящих по времени значений x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, … конкретная последовательность является динамическим или временным рядом, по характеристикам которого можно судить об устойчивости процессов в ППС, считая их вероятностными. Основанием к такому выводу является то, что проблема устойчивости по своей сути является проблемой сходимости.

Однако при изучении процессов роста в экономике, промышленности или экологии временные ряды часто оказываются нестационарными, то есть не имеющими собственного среднего значения. Справедливо отмечено [13], что «уровни таких рядов формируются под совокупным влиянием множества длительно и кратковременно действующих факторов и в том числе различного рода случайностей. Изменение условий развития явления приводит к более или менее интенсивной смене самих факторов, к изменению силы и результативности их воздействия и в конечном счете к вариации уровня изучаемого явления во времени». Если исключить из временного ряда тренд, порождающий нестационарность, тогда вновь образованный ряд станет стационарным и колебания его значений будут связаны с действием случайных факторов, а устойчивость поведения экономических, социальных и других процессов оцениваться по сходимости остаточного ряда. Заметим при этом, что отсутствие тренда в исходных данных означает неизменность среднего уровня ряда, а значит и отсутствие условий для эволюции процессов в ППС.

Представим исходный ряд в виде суммы двух составляющих

$$x_t = \hat{x}_t + \varepsilon_t, \tag{26}$$

где $\hat{x}_t$, ε_t – систематическая и случайная составляющие соответственно. Требуется произвести преобразование процесса $\{x_t\}$ в другой процесс $\{y_t\}$

$$y_t = G(x_t), \tag{27}$$

где $G(\cdot)$ – некоторая мгновенная функция от x.

Одним из простейших методов реализации такого преобразования является метод последовательных разностей величин x_t, основанный на предположении, что некоторая подходящая разность процесса стационарна, то есть последовательные разности величин x_t стремятся к некоторому пределу, каким является дисперсия случайных составляющих ε_t.

Для задач устойчивого развития практически полезным является метод, основанный на сравнении характеристик изменения приростов значений исследуемого динамического ряда, представленного в виде y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, …, где $y_t = (x_t - x_{t-1})/x_t$, $y_{t-1} = (x_{t-1} - x_{t-2})/x_{t-1}$, $y_{t-2} = (x_{t-2} - x_{t-3})/x_{t-2}$ и т.д.

Проверка сходимости ряда y_t возможна в нескольких вариантах:

а) сходимости «в среднем квадратическом» (ск)

$$\lim_{n\to\infty} \|y_n - y\| = 0;$$

б) «по вероятности» (пв)

$$\lim_{n\to\infty} P\{|y_n - y| > \varepsilon\} = 0;$$

в) «почти наверное» (пн)

$$P\left\{\lim_{n\to\infty} |y_n - y| > \varepsilon\right\} = 0;$$

г) «по распределению» (пр)

$$\lim_{n\to\infty} F_{Y_n}(y) = F_Y(y).$$

Связь между а) – г) выглядит следующим образом

$$\begin{array}{lll} \text{ск} & & \\ & \searrow & \\ & & \text{пв} \longrightarrow \text{пр} \\ & \nearrow & \\ \text{пн} & & \end{array}$$

В данной схеме «сильной» сходимостью обладает вариант в), так как он базируется на центральной предельной теореме и «законе больших чисел», а «слабой» сходимостью – вариант г). Выбор вида сходимости полностью зависит от свойств ряда y_t, результат его применения определяет тип устойчивости процессов управления в ППС.

Список литературы

1. Математическая энциклопедия / гл. ред. И. М. Виноградов. – М. : Сов. энцикл., 1985. – Т. 5. – 1248 с.
2. Попов, Н. С. Реакторный подход к моделированию эколого-экономических взаимодействий в задачах устойчивого развития / Н. С. Попов [и др.] // Вопр. соврем. науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – № 1(63), 2017. – С. 92 – 105. doi: 10.17277/voprosy.2017.01.pp.092-105
3. Ланкастер, К. Математическая экономика : пер. с англ. / К. Ланкастер. – М. : Сов. радио, 1972. – 464 с.
4. Эндрес, А. Экономика природных ресурсов : учеб. пособие / А. Эндрес, И. Квернер. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2004. – 256 с.
5. Bowers, J. *Sustainability and Environmental Economics* / J. Bowers. – Harlow, 1997.
6. Dubourg, R. Paradigms for Environmental Choice-Sustainability Versus Optimality / R. Dubourg, D. Pearce // Models of Sustainable Development / S. Fancheux, D. Pearce, J. Proops (eds). – Cheltenham, 1997. – P. 21 – 36.
7. Фельдбаум, А. А. Методы теории автоматического управления / А. А. Фельдбаум, А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1971. – 744 с.
8. Тарасова, Н. П. Индексы и индикаторы устойчивого развития [Электронный ресурс] / Н. П. Тарасова, Е. Б. Кручинина. – Режим доступа : www.mnr.gov.ru/files/part/8048_indikator.doc (дата обращения: 13.09.2017)
9. Повышение энергоэффективности природно-промышленных систем : учеб. пособие / Н. С. Попов [и др.] ; под общ. ред. Н. С. Попова. – Тамбов : Изд-во Першина Р.В., 2014. – 146 с.
10. Касти, Дж. Большие системы. Связность, сложность и катастрофы : пер. с англ. / Дж. Касти. – М. : Мир, 1982. – 216 с.
11. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.
12. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти т. Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В. В. Болотина. – М. : Машиностроение, 1978. – 352 с.
13. Четыркин, Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. – М. : Статистика, 1975. – 184 с.

References

1. Vinogradov I.M. (Ed.) *Matematicheskaya entsiklopediya* [Mathematical Encyclopedia], Moscow: Sovetskaya entsiklopediya, 1985, vol. 5, 1248 p. (In Russ.)
2. Popov N.S., Peshcherova O.V., Luzgachev V.A., Strelnikova A.E. [The Reactor Approach to Modeling Environmental and Economic Interactions in Sustainable Development Problems], *Voprosy sovremennoi nauki i praktiki. Universitet im. V.I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], no. 1(63), 2017, pp. 92-105, doi: 10.17277/voprosy.2017.01.pp.092-105 (In Russ., abstract in Eng.)

3. Lancaster K. *Mathematical Economics*, Macmillan, 1968.
4. Endres A., Querner I. *Die Okonomie naturlicher Ressourcen*, Verlag W. Kohlhammer.
5. Bowers J. *Sustainability and Environmental Economics*, Harlow, 1997.
6. Dubourg R., Pearce D. Paradigms for Environmental Choice-Sustainability Versus Optimality, *Models of Sustainable Development*, Cheltenham, 1997, pp. 21-36.
7. Fel'dbaum A.A., Butkovskii A.G. *Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of the theory of automatic control], Moscow: Nauka, 1971, 744 p.
8. www.mnr.gov.ru/files/part/8048_indikator.doc (accessed 13 Oktouber 2017) (In Russ.)
9. Popov N.S., B'yanko V., Lysenko I.O. *Povyshenie energoeffektivnosti prirodno-promyshlennykh sistem* [Increase of energy efficiency of natural-industrial systems], Tambov: Izdatel'stvo Pershina R.V., 2014, 146 p. (In Russ.)
10. Casti J. Con*nectivity,* New York University, a Wiley-Interscience Publication International Institute for Applied Systems Analysis, *Complexity, and Catastrophe in Large-Scale Systems*, New York - Brisbane - Toronto: John Wiley & Sons, 1979.
11. Krasovskogii A.A. (Ed.) *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya*, Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1987, 712 p. (In Russ.)
12. Bolotina V.V. (Ed.) *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6-ti t. T. 1. Kolebaniya lineinykh system* [Vibrations in technology. A reference book in 6 volumes. Vol. 1. Oscillations of linear systems], Moscow: Mashinostroenie, 1978, 352 p. (In Russ.)
13. Chetyrkin E.M. *Statisticheskie metody prognozirovaniya* [Statistical methods of forecasting], Moscow: Ctatistika, 1975, 184 p. (In Russ.)

Evaluation of Sustainable Development Processes in Natural-Industrial Systems

N. S. Popov, O. V. Peshcherova, A. E. Strelnikova

Tambov State Technical University, Tambov, Russia;
OOO "Izvestnyak", Tambov, Russia

Keywords: convergence of sequences; method of absolute stability; natural-industrial systems; neoclassical growth theory; stability in probability; sustainable development.

Abstract: The article explores the concept of "sustainable development" from the standpoint of closed-loop control system. The nature of fulfilling the conditions of "stringent", "weak" and "critical" sustainability used in neoclassical growth theory is discussed. In the class of the nature of the industrial macro-systems the task of managing sustainable development by the criterion of "critical" of sustainability is formalized. We propose two approaches to the analysis of environmental-industrial macro-systems: the "external" description using the method of absolute stability; the "internal" description based on the results of the analysis of solutions of the system of stochastic differential equations. A solution to the problems of sustainability based on the analysis of the convergence of the empirical time series of indicators of the state of the system is also proposed.
