

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НЕФТЕДОБЫВАЮЩЕЙ СКВАЖИНЕ

**А. С. Топольников, Р. Х. Болотнова,  
В. А. Бузина, У. О. Агишева**

*ФГБУН «Институт механики  
им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН», г. Уфа*

*Рецензент д-р техн. наук, профессор А. Н. Зотов*

**Ключевые слова и фразы:** массообмен; математическое моделирование; многофазное течение; теплообмен.

**Аннотация:** Представлено моделирование нестационарного течения многофазного потока, содержащего нефть, воду и свободный газ, в пласте и нефтедобывающей скважине при запуске, остановке, изменении производительности и периодической работе насоса. Течение в пласте считается однофазным и плоскорадиальным, при описании движения жидкости в скважине учитывается относительное движение компонентов многофазной среды, тепло- и массообмен и режим течения. Приведены примеры использования разработанной модели для описания нестационарных эффектов, возникающих в процессе добычи нефти.

Процесс подъема нефти из пласта на поверхность не всегда может быть описан стационарными уравнениями движения. При запуске скважины и выводе ее на постоянный режим эксплуатации сначала происходит откачка нефти из затрубного пространства скважины и только затем начинает притекать жидкость из пласта. Время, прошедшее с момента запуска скважины до установления стационарного притока из пласта, определяется геометрией скважины, фильтрационными свойствами пласта и темпом отбора жидкости насосом и может достигать нескольких суток или недель. При периодическом режиме добычи нефти, когда насос включается и от-

---

Топольников Андрей Сергеевич – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем», e-mail: tandrew@anrb.ru; Болотнова Раиса Хакимовна – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем»; Бузина Валерия Александровна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем»; Агишева Ульяна Олеговна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем», ФГБУН «Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН», г. Уфа.

ключается через заданный интервал времени, стационарный режим иногда не достигается в принципе, поскольку пласт не успевает подстроиться под новый режим отбора. Если ко всему вышесказанному добавить различные нестационарные эффекты, связанные с многофазностью потока: разгазирование нефти, разделение эмульсии вода–нефть, переход от одного режима потока к другому (ламинарный–турбулентный, пузырьковый–снарядный), то становится очевидно, что моделирование нестационарного режима является актуальной практической задачей.

В настоящей работе предложена нестационарная математическая модель для описания совместного течения многофазного потока в пласте и элементах скважины (обсадная колонна, затрубное пространство, колонна насосно-компрессорных труб) при изменении условий эксплуатации (запуск скважины, изменение производительности насоса, периодическая работа).

Для моделирования течения в пласте в настоящей работе используется схема плоскорадиальной однофазной фильтрации, согласно которой предполагается однородное по высоте перфорации распределение давления в пласте от меняющейся величины  $p_{w.f}$  на забое скважины при  $r = r_{w.f}$  до постоянного давления на контуре питания  $p_c$  при  $r = r_c$  (рис. 1). Для нахождения распределения давления в пласте в каждый момент времени по радиальной координате  $p(r, t)$  решается уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial p}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right),$$

где  $k$  – коэффициент пьезопроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ , после чего определяется приток жидкости из пласта,  $\text{м}^3/\text{с}$ :

$$Q = -\pi r_{w.f} m h B k \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{w.f},$$

где  $m$  – пористость;  $h$  – мощность пласта,  $\text{м}$ ;  $B$  – коэффициент сжимаемости жидкости,  $\text{Па}^{-1}$ .

Для описания течения газожидкостной смеси в наклонной добывающей скважине (рис. 2) используется обобщение одномерной нестационар-

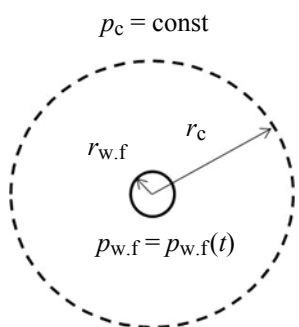


Рис. 1. Схема плоскорадиальной модели течения жидкости в пласте

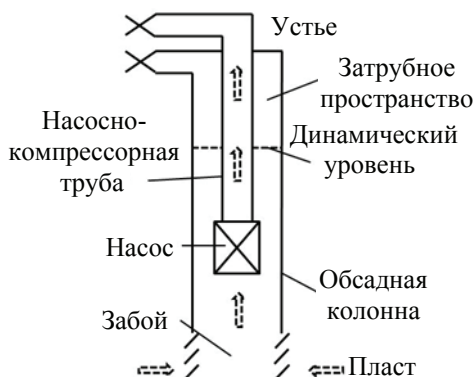


Рис. 2. Схема скважины с указанием основных элементов

ной двухжидкостной модели типа Two-Phase Flow Model [1 – 3], где уравнения сохранения массы записываются отдельно для газа, воды и жидкости, а уравнение движения и теплопроводности – для смеси в целом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g u_g) &= \Gamma_{g,o}; \\ \frac{\partial}{\partial t}((1 - \alpha_g) n \rho_w) + \frac{\partial}{\partial x}((1 - \alpha_g) n \rho_w u_w) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}((1 - \alpha_g) \rho_l) + \frac{\partial}{\partial x}((1 - \alpha_g) \rho_l u_l) &= -\Gamma_{g,o}; \\ \rho c_V \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g u_g + (1 - \alpha_g) \rho_l u_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g u_g^2 + (1 - \alpha_g) \rho_l u_l^2) &= \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau S}{A} - (\alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l) g \cos \theta, \end{aligned}$$

где  $\alpha_g$  – объемное содержание газа в смеси;  $n$  – объемная доля воды в жидкости;  $\rho_g, \rho_o, \rho_w, \rho_l = n \rho_w + (1 - n) \rho_o, \rho = \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l$  – плотности газа, нефти, воды, жидкости и смеси соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $u_g, u_o, u_w, u_l = (n \rho_w u_w + (1 - n) \rho_o u_o) / \rho_l, u = \alpha_g u_g + (1 - \alpha_g) u_l$  – скорости газа, нефти, воды, жидкости и смеси соответственно, м/с;  $\Gamma_{g,o}$  и  $\Gamma_{g,o}$  – массообмен за счет фазовых превращений в системах нефть  $\rightleftharpoons$  газ, кг/(м<sup>3</sup>·с);  $\tau$  – касательное напряжение на стенке трубы для смеси в целом, Па;  $S$  и  $A$  – периметр (м) и площадь сечения (м<sup>2</sup>) канала (трубы или кольцевого пространства);  $\theta$  – угол наклона трубопровода к вертикали;  $T$  – температура, К;  $c_V$  – удельная теплоемкость смеси, Дж/(кг·К);  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности смеси, Дж/(м·с·К);  $q$  – приток тепла за счет теплообмена со стенкой трубы, Дж/(м<sup>3</sup>·с).

Относительное движение компонентов многофазного потока (нефть, газ, вода) определяется уравнениями дрейфа с учетом режима течения (ламинарное–турбулентное, пузырьковое–снарядное), зависимость плотности и термодинамических параметров среды от давления и температуры – набором корреляций [4, 5], касательное напряжение на стенке канала – уравнениями типа Дарси–Вейсбаха с учетом геометрии канала и режима потока.

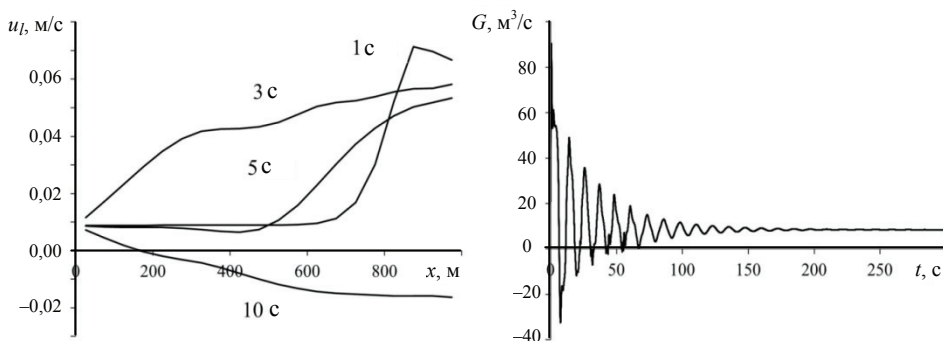
Поскольку суммарная длина подземной части насосной установки составляет порядка 1 % от длины колонны насосно-компрессорных труб, то в масштабе времени, при котором наблюдаются заметные изменения параметров газожидкостного потока в скважине, можно считать, что их изменение при течении внутри или обтекании снаружи элементов насосной установки происходит мгновенно, а в масштабе скважины давление и температура меняются скачком. Для заданной скорости течения многофазного потока в насосе примем, что перепад давления  $\Delta p$  и температуры  $\Delta T$  являются ее однозначными функциями.

Граничные условия задачи ставятся на контуре питания (постоянные давление и температура), устье скважины (постоянное давление) и в затрубном пространстве скважины (постоянные давление и температура). Нестационарность процесса определяется перепадом давления в насосе, который изменяется во времени. Задача решается численно с помощью неявной схемы 1-го порядка аппроксимации.

На рис. 3 представлены пространственные распределения скорости жидкости в фонтанирующей скважине (перепад давлений и температуры в насосе в этом случае равны нулю) и изменение дебита жидкости на устье для случая, когда давление на устье скважины скачком уменьшается на 10 кПа. Исходные данные для решения задачи следующие: глубина скважины 1000 м; внутренний диаметр обсадной колонны 0,13 м; длина насосно-компрессорных труб 500 м; внутренний диаметр насосно-компрессорных труб 0,062 м; начальный дебит жидкости  $10 \text{ м}^3/\text{сут.}$ ; объемная доля воды в жидкости 0,5; объемная доля газа в смеси на забое 0,1; давление на устье 300 кПа; температура пласта  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . На забое скважины поддерживаются постоянные значения объемной концентрации газа, объемной доли воды, скорости жидкости и температуры, на устье скважины задается давление.

Как следует из анализа графиков, при мгновенном снижении давления на устье происходит образование волны сжатия, которая движется по направлению к забою и достигает его примерно через 3 с, после чего волна отражается и движется в обратную сторону. В процессе ее многократного отражения направление скорости течения многофазного потока может локально измениться (см. момент времени, соответствующий 10 с). Если фиксировать дебит жидкости на устье скважины во времени, то его значение меняется с затухающей амплитудой от  $90 \text{ м}^3/\text{сут.}$  (в начальный период времени после снижения давления на устье) до  $-30 \text{ м}^3/\text{сут.}$  Решение становится стационарным с дебитом  $10 \text{ м}^3/\text{сут.}$  спустя примерно 3 мин после начала расчета.

В рассмотренной задаче (рис. 3) имеется два характерных временных масштаба. Первый масштаб времени связан с распространением волны давления в скважине и составляет примерно 3 с – столько времени требуется возмущению, чтобы пройти от одного конца скважины до другого, соответственно примерно через каждые 6 с скорость жидкости на устье



**Рис. 3. Пространственные распределения скорости жидкости  $u_z$  и изменение дебита скважины  $G$  во времени при скачкообразном изменении давления на устье**

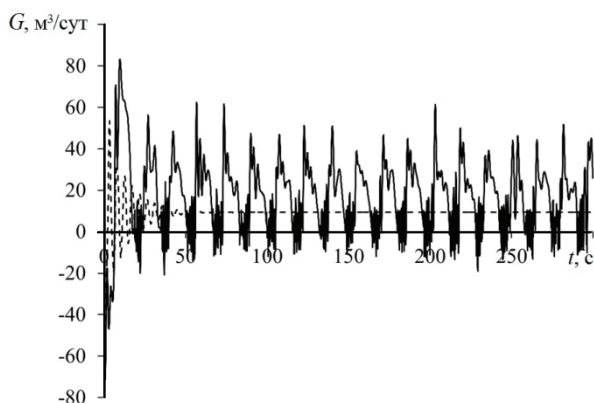
достигает своего локального экстремума. Второй временной масштаб – это время затухания колебаний в скважине, в данной задаче оно составляет примерно 3 мин и задает характерное время перехода к стационарному режиму течения.

Время перехода к стационарному режиму находится в прямой зависимости от расчетных параметров задачи. Для сравнения на рис. 4 приведены графики изменения дебита жидкости на устье скважины для объемного газосодержания 1 и 30 % на забое при тех же значениях остальных параметров среды. Из графиков видно, что при содержании газа 1 % время установления стационарного режима не превышает 1 мин, при газосодержании 30 % за 5 расчетных минут видимого затухания колебаний не наблюдается.

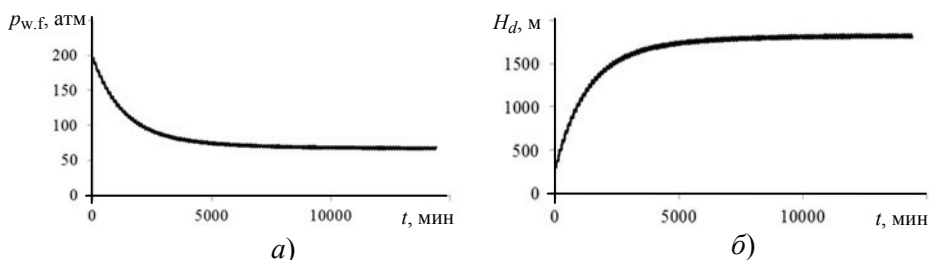
На рисунках 5 и 6 показаны графики, иллюстрирующие поведение основных параметров задачи, забойного давления и уровня жидкости в затрубном пространстве, для скважины, работающей в режиме автоматического включения/выключения с равными периодами работы и накопления в 1 ч. Остальные параметры расчета следующие: коэффициент пьезопроводности пласта  $5,43 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$ ; давление на контуре питания 20 МПа; глубина вертикальной скважины 2500 м; глубина спуска насоса 2000 м; внутренний диаметр обсадной колонны 0,13 м; внутренний диаметр насосно-компрессорных труб 0,062 м; давление в затрубном пространстве 1 МПа; объемная доля воды в жидкости 0,5; объемная доля газа в смеси на забое 0,01; давление на устье 300 кПа; температура пласта 100 °С.

Как следует из результатов расчетов, скважина выходит на квазистационарный с постоянным интегральным по периоду цикла откачки/накопления забойным давлением режим работы спустя примерно  $10^4$  мин, или через неделю, после запуска скважины. При установившемся режиме работы амплитуда колебаний давления на забое скважины составляет примерно 0,4 МПа, при этом уровень жидкости в затрубном пространстве скважины изменяется в интервале от 1790 до 1830 м.

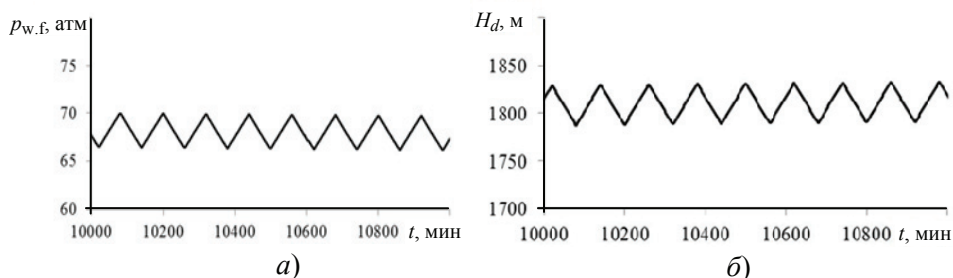
На рис. 7 в двух масштабах времени представлены графики изменения дебита жидкости на устье скважины и ее притока из пласта, соответствующие рис. 5 и 6. После запуска скважины насос преимущественно



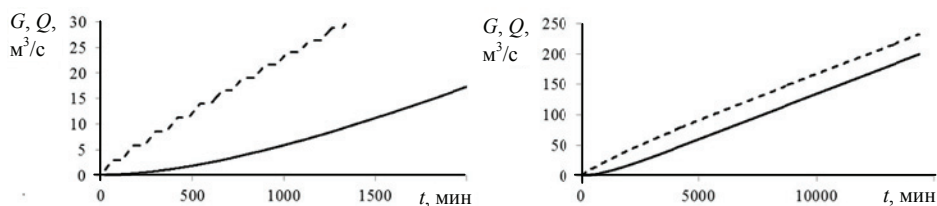
**Рис. 4.** Изменение дебита скважины  $G$  во времени при скачкообразном изменении давления на устье. Сплошная линия – решение для объемного содержания газа 30 %, штриховая – решение для объемного содержания газа 1 %



**Рис. 5. Изменение забойного давления  $p_{w.f}$  (а) и динамического уровня жидкости  $H_d$  в затрубном пространстве (б) при периодической работе насоса**



**Рис. 6. Изменение забойного давления  $p_{w.f}$  (а) и динамического уровня жидкости  $H_d$  в затрубном пространстве (б) при периодической работе насоса в период времени 10 000 – 11 000 мин**



**Рис. 7. Изменение во времени накопленного дебита  $G$  (штриховая линия) и притока  $Q$  (сплошная линия) к скважине**

откачивает жидкость из затрубного пространства, приток жидкости из пласта мал в силу того, что давление на забое близко к пластовому давлению на контуре питания. С течением времени забойное давление падает до 6,5...7 МПа и приток жидкости из пласта стабилизируется. По прошествии примерно двух суток с момента запуска насоса графики накопленной добычи и притока жидкости из пласта движутся параллельно.

Таким образом, на основе разработанной математической модели для описания совместного течения многофазного потока в пласте и скважине решена задача о поведении параметров скважины при периодической работе насоса. Численная реализация математической модели позволяет прогнозировать динамику основных промысловых параметров нефтедобывающей скважины: дебита; уровня жидкости в затрубном пространстве; забойного давления, с учетом изменения управляющих параметров задачи, таких как, свойства пласта и многофазного потока; геометрии скважины, режима работы насоса.

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (р\_поволжье\_а № 14-01-97007, № 14-01-97014) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (код проекта НШ-2669.2014.1).*

*Список литературы*

1. Нигматулин, Р. И. Динамика многофазных сред : в 2 ч. / Р. И. Нигматулин. – М. : Наука, 1987. – 2 ч.
2. Уоллис, Г. Одномерные двухфазные течения : пер. с англ. / Г. Уоллис. – М. : Мир, 1972. – 440 с.
3. Drew, D. A. Mathematical Modeling of Two-Phase Flow / D. A. Drew // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1983. – Vol. 15. – P. 261 – 291.
4. Брилл, Дж. П. Многофазный поток в скважинах : монография / Дж. П. Брилл, Х. Мукерджи ; пер. с англ. Ю. В. Русских. – М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2006. – 384 с.
5. Болотнова, Р. Х. Широкодиапазонные уравнения состояния органических жидкостей / Р. Х. Болотнова // Труды Института механики УНЦ РАН. – 2007. – Вып. 5. – С. 113 – 120.

*References*

1. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred* (Dynamics of Multiphase Media), Moscow: Nauka, 1987.
2. Wallace G. *One-Dimensional Two-Phase Flow*, New York: McCraw-Hill Book Company, 1969.
3. Drew D.A. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1983, vol. 15, pp. 261-291.
4. Brill J.P., Mukherjee H. *Multiphase Flow in Wells*, SPE Monograph, 1999, 156 p.
5. Bolotnova R.Kh., in *Trudy Instituta mekhaniki UNTs RAN*, 2007, ussue 5, pp. 113-120.

---

**Mathematical Modeling of Dynamic Processes in Oil Wells**

**A. S. Topolnikov, R. Kh. Bolotnova,  
V. A. Buzina, U. O. Agisheva**

*R. R. Mavlyutov Institute of Mechanics of USC RAS, Ufa*

**Key words and phrases:** heat exchange; mass transfer; mathematical modeling; multiphase flow.

**Abstract:** The paper is devoted to modeling of non-stationary flow of multiphase flux, which contains oil, water and free gas, inside the reservoir and in oil well during the start, stop, production rate change and intermittent operation of the pump. The flow inside the reservoir is assumed to consist of a single phase and is axisymmetric, and the model of the flow of liquid in the oil well accounts for relative movement of multiphase media components, heat- and mass transfer and flow mode. The examples of application of the constructed model for the description of non-stationary effects, which occur in oil recovery processes, are presented.

---

© А. С. Топольников, Р. Х. Болотнова,  
В. А. Бузина, У. О. Агишева, 2014

*Статья поступила в редакцию 02.11.2014 г.*