УДК 330.1

О КАЧЕСТВЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КАПИТАЛА И СПРОСА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НОРМ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ САМОРАЗВИВАЮЩЕЙСЯ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ

Э.П. Агабекян

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов

Рецензент д-р физ.-мат. наук, профессор С.М. Дзюба

Ключевые слова и фразы: качество модели; аттрактор; экономический хаос.

Аннотация: Исследовано качество модели изменения движения капитала и спроса под воздействием норм прибыли в условиях саморазвивающейся рыночной экономики. Проанализирована реалистичность модели и возможность применения ее на практике.

Целью математического моделирования экономических систем является использование методов математики для повышения качества решения задач, возникающих в сфере экономики, с использованием, как правило, современной вычислительной техники.

В книге [4] представлена распределенная модель саморазвивающейся рыночной экономики, которая представляет собой систему трех нелинейных дифференциальных уравнений, два из которых описывают изменение и интенсивность движения (диффузию) капитала и спроса в пространстве технологий под воздействием изменения нормы прибыли.

В модели рассматривается неструктурированная замкнутая экономическая система, процесс развития которой происходит в конечномерном евклидовом пространстве R^n, называемом пространством технологий. Каждая точка c пространства R^n соответствует определенной технологии производства некоторого продукта и имеет своими координатами затраты c_i, $i = 1, 2, ..., n$, ресурса i на единицу выпускаемого продукта.

Агабекян Эмиль Паргевович – аспирант кафедры «Экономический анализ», e-mail: emil2007@yandex.ru, ТамбГТУ, г. Тамбов.

В результате математических преобразований авторы книги [4] получают систему уравнений, описывающих изменения макропоказателей рыночной экономики во времени следующего вида:

$$\frac{d\widetilde{K}(t,c)}{dt} = (\nu - \mu)K + uC_T + I - R;$$

$$\frac{dD(t,c)}{dt} = C_L + C_K + G - R;$$

$$\frac{du(t,c)}{dt} = \alpha(D + M - Y - H);$$

$$\widetilde{K} = C_T + Y + M;$$

$$C_T = K + H;$$

$$R = C_K + G + I,$$

где $\widetilde{K}(t,c)$ – плотность распределения капитала в момент t в пространстве технологий, то есть стоимость капитала (суммарная стоимость производительного, товарного и денежного капиталов), задействованного предпринимателями в момент t в производстве некоторого потребительского продукта по технологии (по затратам) c и в производстве средств производства этого продукта; C_T – плотность распределения производительного (постоянного K и переменного H) капитала предпринимателей; Y – плотность распределения товарного капитала предпринимателей, равная товарным запасам в момент t произведенного с затратами c потребительского продукта и средств для его производства; M – плотность распределения денежного капитала предпринимателей (платежеспособный спрос предпринимателей на средства производства и рабочую силу для производства продукции по технологии c); D – платежеспособный спрос предпринимателей, трудящихся и государства на произведенный по технологии c продукт; u – распределение нормы прибыли в момент t в пространстве технологий; R – текущее потребление предпринимателями, трудящимися и государством потребительских товаров, произведенных по технологии c; I – часть средств, вырученных предпринимателями от продажи, идущая на накопление; C_K и G – источники формирования платежеспособного спроса предпринимателей и государства на потребительские товары, произведенные по технологии c; C_L – источник платежеспособного спроса трудящихся; α, ν и μ – некоторые константы.

Полученная выше система уравнений сводится авторами к виду:

$$\dot{x}(t) = bx((1-\sigma)z - \delta y);$$

$$\dot{y}(t) = x(1 - (1-\delta)y + \sigma z);$$

$$\dot{z}(t) = a(y - dx), \tag{1}$$

с фиксированными значениями трех параметров: a = 7; b = 0,4; d = 1,17; где $x = \frac{\beta\eta}{1+\theta+\eta}\widetilde{K}$; $y = \frac{\beta\eta(1+\gamma)}{\omega\theta}D$; $z = \frac{1+\gamma}{\omega}u$ (β и ω – некоторые константы);

$\gamma = \dfrac{K}{H}$; $\eta = \dfrac{Y}{M}$; $\theta = \dfrac{C_T}{M}$; $a = \dfrac{\alpha\theta}{\beta\eta}$; $b = \dfrac{\omega\theta}{(1+\theta+\eta)(1+\gamma)}$; $d = \dfrac{\theta + (\eta - 1)(1+\gamma)}{\omega\theta}$;
(δ и σ – некоторые константы).

Данная модель исследовалась в книге [4], в результате чего были обнаружены аттракторы. *Аттрактор* – неразложимое притягивающее множество. Аттракторы нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющие введенному выше определению, бывают простыми (регулярными) и сложными (нерегулярными).

В современной литературе нет строгого определения регулярности аттрактора. Интуитивно это понятие связано с достаточной простотой поведения решений систем дифференциальных уравнений на таком аттракторе и с достаточной гладкостью самого аттрактора.

Таким образом, *простыми* (*регулярными*) аттракторами принято считать устойчивые (асимптотически устойчивые) особые точки, устойчивые (орбитально асимптотически устойчивые) предельные циклы и устойчивые инвариантные торы. Все эти аттракторы являются подмногообразиями фазового пространства (например, предельный цикл и двумерный инвариантный тор – это, соответственно, одномерное и двумерное подмногообразия). Динамика систем с такими аттракторами не является хаотической, а носит асимптотически сходящийся, периодический или, самое сложное, эргодический характер. Главное – это то, что траектории систем с простыми (регулярными) аттракторами глобально устойчивы по отношению к малым возмущениям, что означает их предсказуемость.

В современной литературе используется несколько различных определений *сложных* (*нерегулярных*) *аттракторов*, отражающих разные стороны нерегулярности поведения принадлежащих им траекторий. Основной смысл всех определений заключается в том, что на самом нерегулярном аттракторе движение должно быть неустойчивым: траектории системы должны быстро расходиться, оставаясь на аттракторе. При этом поведение решений диссипативной системы с нерегулярным аттрактором будет характеризоваться сочетанием глобального сжатия фазового объема с локальной неустойчивостью отдельных фазовых траекторий.

Часто *хаотическим* аттрактором называется аттрактор, динамика которого характеризуется положительным показателем Ляпунова. Большинство исследователей справедливо связывают понятие хаотичности с наличием на аттракторе более сложных, чем эргодические, режимов поведения, в которых со временем начальная область Ω_0 таким образом распределяется по всему инвариантному множеству B, что ее отдельные части можно будет обнаружить в любом сколь угодно малом открытом подмножестве $A \subset B$ независимо от размеров, формы и расположения исходной области Ω_0. Говорят, что такие системы или движения обладают свойством перемешивания. Аттрактор, движение по которому обладает свойством перемешивания, называется *стохастическим* аттрактором. Для перемешивающих систем близкие в начальный момент времени траектории уже не остаются близкими в последующие моменты времени. Разбегание фазовых траекторий означает непредсказуемость поведения решений системы. Любая погрешность в определении траектории в начальный момент времени может привести со временем к совершенно непредвиденным результатам. С другой стороны, движение по стохастическому аттрактору кроме непредсказуемости обладает также и свойством необратимости. Зная положение фазовой точки в конечный момент времени, невозможно сказать, где точка находилась в начальный момент.

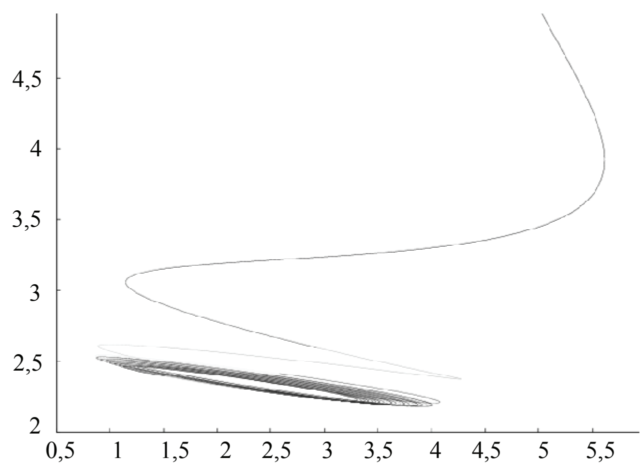
Однако в [1] мы исследовали данную модель более совершенной программой и наши результаты не сошлись с результатами, полученными в книге [4]. В данной модели регулярных аттракторов нами обнаружено не было, тем самым подтвердив нашу гипотезу хаотичности экономики.

Проведем исследование качества модели саморазвивающейся рыночной экономики и поиск таких решений системы, при которых модель была бы актуальна для применения ее на практике.

Как известно ни одна модель не действует на длительном промежутке времени. Модель со временем либо становится неактуальной, либо нуждается в адаптации к новым условиям экономики и модернизации, так как экономические показатели не могут быть постоянными и регулярно изменяются под воздействием внешней и внутренней среды субъекта экономики.

Таким образом, мы можем говорить о цикличности экономики лишь в том контексте, что имеют место быть определенные фазы цикла (например: кризис, депрессия, оживление и подъем), но мы не можем говорить о повторяемости экономических показателей, так же как и не можем сказать, что за кризисом всегда наступает депрессия, либо за депрессией подъем. Проведенные нами исследования в работе [1] показали, что экономические процессы носят хаотический характер, вследствие чего мы не можем говорить о наличии регулярных аттракторов в данной модели.

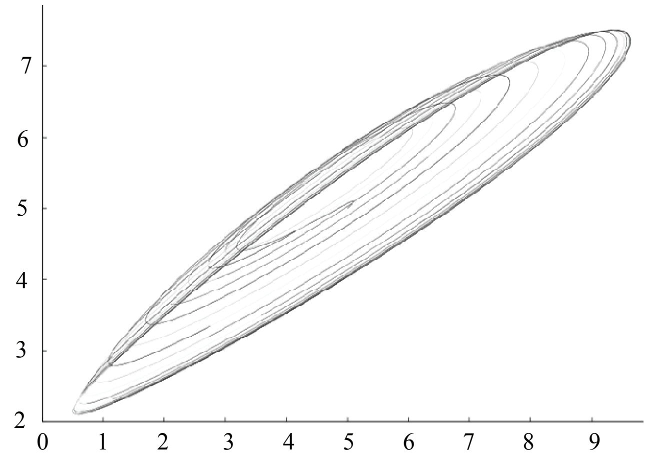
Под качеством будем понимать реалистичность, в том смысле сколь данные, полученные с помощью модели, могут соответствовать реальным данным. В соответствии с этим мы видим, что реальная картина наблюдается там, где отсутствует цикл, положительное равновесие и тому подобное (рис. 1).



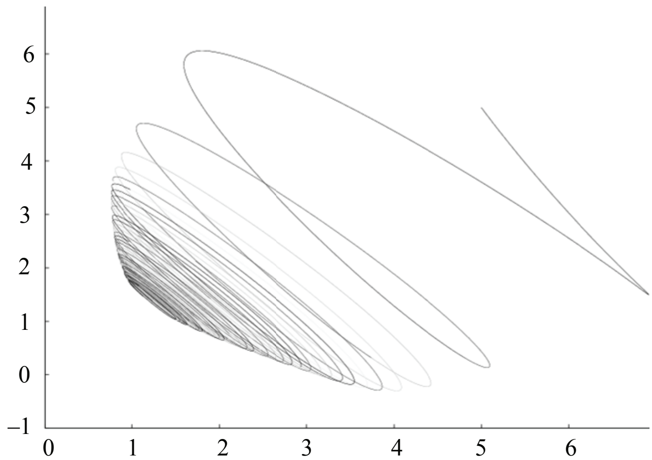
а)

Рис. 1. Проекция на плоскость (x, y) – (капитал, платежеспособный спрос) решения системы (1) при *x* = 5; *y* = 5; *z* = 5; точность = 1*e* – 10; длина отрезка = 50; *a* = 7; *b* = 0,4; *d* = 1,17:

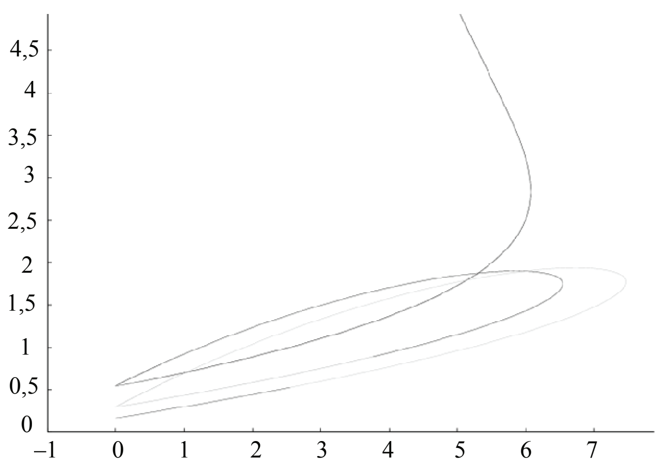
$a - \delta = -0{,}05$, $\sigma = 0{,}6$



б)

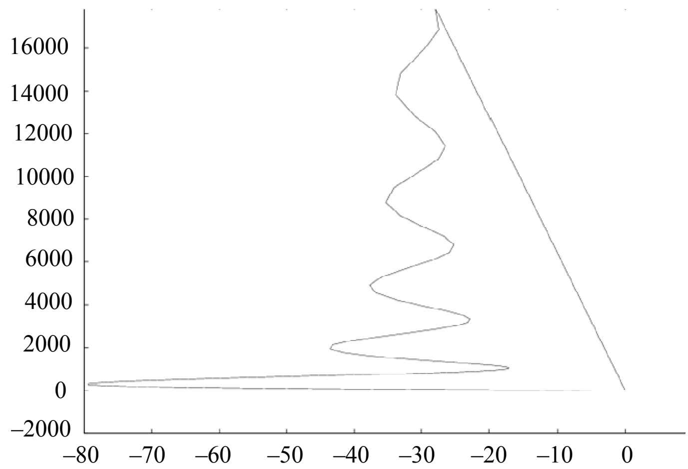


в)

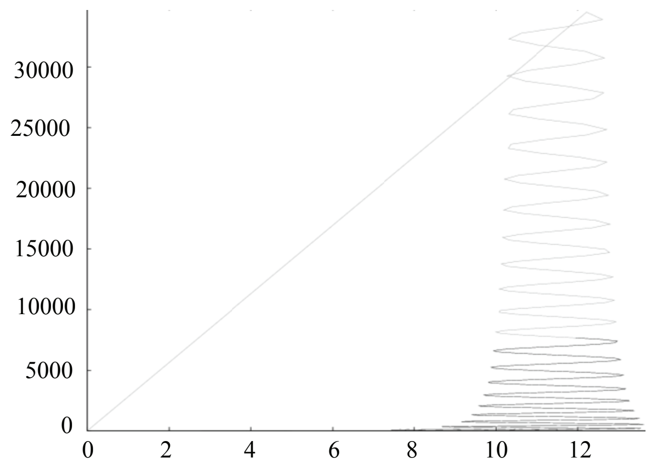


г)

Рис. 1. Продолжение: *б* – $\delta = 0{,}2$, $\sigma = 0{,}65$; *в* – $\delta = -1{,}2$, $\sigma = 0{,}6$; *г* – $\delta = 0{,}1$, $\sigma = 0{,}2$



д)



е)

Рис. 1. Окончание: *д* – $\delta = -1{,}2$, $\sigma = 0{,}8$; *е* – $\delta = -0{,}05$, $\sigma = 1{,}5$

Таким образом, несложный анализ показывает, что модель саморазвивающейся рыночной экономики реалистична при значениях параметров в диапазонах с [–0,05; 0,6] по [0,25; 0,6]. Именно в этих пределах данная модель может быть использована для решения задач оптимизации.

Список литературы

1. Агабекян, Э.П. Исследование модели движения капитала и спроса под воздействием норм прибыли в условиях саморазвивающейся рыночной экономики в распределенной компьютерной среде / Э.П. Агабекян // Вопр. соврем. науки и практики. Ун-т им. В.И. Вернадского. – 2009. – № 2(16). – С. 159–166.

2. Афанасьев, А.П. Устойчивость по Пуассону в динамических и непрерывных периодических системах / А.П. Афанасьев, С.М. Дзюба. – М. : ЛКИ, 2007. – 240 с.
3. Емельянов, С.В. Проблемы вычислений в распределенной среде: организация вычислений в глобальных сетях / С.В. Емельянов, А.П. Афанасьев. – М. : РОХОС, 2004. – 176 с.
4. Магницкий, Н.А. Новые методы хаотической динамики / Н.А. Магницкий, С.В. Свиридов. – М. : URSS, 2004. – 319 с.
5. Магницкий, Н.А. Распределенная модель саморазвивающейся рыночной экономики / Н.А. Магницкий, С.В. Сидоров // Нелинейная динамика и управление / Под ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. – 2002. – Вып. 2. – С. 243–262.
6. Магницкий, Н.А. Математическая модель саморазвивающейся рыночной экономики / Н.А. Магницкий // Тр. ВНИИСИ АН СССР. – 1991. – С. 16–22.
7. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – 4-е изд. – М. : Наука, 1974. – 331 с.
8. Пчелинцев, А.Н. Об отыскании решений системы, описывающей процесс распространения тепла в неограниченной пластине, методом рядов Тэйлора / А.Н. Пчелинцев, Л.А. Мишина, Н.И. Теряев // Тр. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2008. – Вып. 21. – С. 150–154.

Model Quality of Capital Flow and Demand Change under the Influence of Profit Rates in Conditions of Self-Developing Economy

E.P. Agabekyan

Tambov State Technical University, Tambov

Key words and phrases: attractor; economic chaos; model quality.

Abstract: The paper studies the quality model of capital flow and demand change under the influence of profit rates in conditions of self-developing economy. The feasibility of the model is analyzed and possibility of its practical application is analyzed.
