

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТОКОВ ОБЩЕСТВЕННОГО ТРАНСПОРТА В ГОРОДСКОЙ СРЕДЕ

М.Е. Корягин, О.С. Семенова

*ГОУ ВПО «Кузбасский государственный технический
университет», г. Кемерово*

Рецензент И.Н. Дрогобыцкий

Ключевые слова и фразы: выпуклое программирование; городской пассажирский транспорт; марковские процессы; функции многих переменных.

Аннотация: Рассмотрена задача оптимизации интервалов движения общественного транспорта. Перевозку пассажиров осуществляют маршрутные такси и муниципальный транспорт, а из пассажиропотока выделена категория населения, имеющая льготы. Целью является минимизация суммарных расходов транспорта на перевозку и потерь времени пассажиров. Показана чувствительность модели к параметрам.

1. Введение

Основной способ транспортировки пассажиров в пределах большинства российских городов – маршрутизированный транспорт. В последнее время увеличивается количество маршрутов и интенсивность движения транспорта, что способствует лучшему обслуживанию пассажиров и в конечном итоге делает жизнь города более ритмичной. Однако увеличение интенсивности движения транспорта приводит к ухудшению экологической обстановки, повышает опасность перегрузки дорог, а увеличение количества маршрутов приводит к излишней конкуренции между автобусами за пассажиров, что снижает безопасность движения. Поэтому необходим взвешенный подход к рынку пассажирских перевозок и контроль городских органов власти над транспортом общего пользования.

Ранее существовавшие в нашей стране методы основаны на применении целевых нормативов при организации пассажирских перевозок. Например, определялись максимально допустимое время на подход к остановке транспортного средства, максимальные интервалы движения или

Корягин М.Е. – доцент кафедры автомобильных перевозок КузГТУ; Семенова О.С. – старший преподаватель кафедры автомобильных перевозок КузГТУ, г. Кемерово.

минимальное число рейсов на маршруте, время работы транспорта в течение суток, наполняемость транспортных средств и т.д. Но основываться только на данном подходе при организации работы городского пассажирского транспорта нельзя. Поэтому кроме нормативных ограничений необходимо выразить в денежной форме затраты потребителей. Основное внимание в данной статье отведено первому пункту – оценке стоимости времени пассажиров [1, 4].

Ценность потерянного времени в том, что это время человек бы мог потратить на выполнение какой-либо работы, на отдых и восстановление сил, на повышение своей квалификации, воспитание детей и т.д. Все эти варианты использования свободного времени населения способствуют экономическому, культурному, социальному развитию.

Теперь рассмотрим вторую составляющую пассажирских перевозок – транспортные предприятия. Основные факторы, характеризующие работу транспорта: эксплуатационные затраты; загрязнение окружающей среды; капитальные затраты; отчуждение городской земли под транспорт и дороги; воздействие на дорожное полотно; повышение уровня шума и запыление; безопасность движения; снижение пропускной способности дорог.

Основным отрицательным воздействием является загрязнение окружающей среды, которое влияет на: людей (болезни, плохое самочувствие); животных (нарушение природного баланса, повышенная смертность); здания и сооружения (коррозия). Снижение безопасности движения также приводит к смерти и увечьям людей и материальным потерям. Поэтому для города очень важно контролировать тот экономический и экологический ущерб, который приносит пассажирский транспорт.

Поэтому возникает необходимость оценки ущерба, который несет население из-за ожидания и отрицательного влияния транспорта на городскую среду. Сложность представляет расчет отрицательного влияния транспорта, поэтому в данной работе этот показатель заменен на эксплуатационные затраты общественного транспорта (рис. 1).

В [3] рассмотрена постановка задачи оптимизации потоков общественного транспорта одного вида. В данной статье проведено обобщение модели на случай двух видов транспорта (муниципальный и частный), также выделена категория пассажиров, имеющих льготы при проезде в муниципальном транспорте.

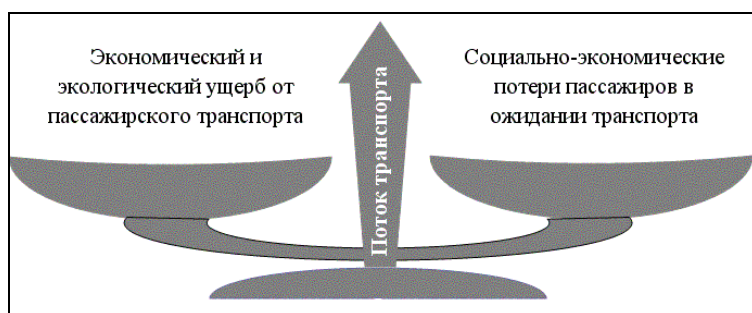


Рис. 1. Оптимизация работы городского пассажирского транспорта

2. Содержательное описание проблемы

Для решения задачи определения интенсивности движения транспорта, интервалов между транспортными средствами на каждом маршруте требуется следующая информация: набор остановочных пунктов, по которым движутся транспортные средства и перемещаются пассажиры; определение для каждого маршрута, между какими остановочными пунктами он может перевести пассажиров; потребность пассажиров в перевозке с каждой остановки на другую (количество пассажиров, поступающих на каждый остановочный пункт, чтобы переместиться на другой остановочный пункт в единицу времени); средняя стоимость единицы времени, потерянной пассажиром на остановочном пункте в ожидании транспорта; возможность перевозки льготных категорий населения; себестоимость одного рейса транспортного средства на каждом маршруте.

Используя данную информацию, построим математическую модель оптимизации интервалов движения городского пассажирского транспорта.

3. Описание параметров и переменных

Для того чтобы перейти к математической постановке задачи, необходимо описать переменные и параметры, входящие в модель, а также определить область их существования, чтобы задача была корректной и разрешимой. Основная модель, используемая для описания транспортных и пассажирских потоков [1, 3], – пуассоновский поток.

Рассмотрим оптимизацию работы городского пассажирского транспорта в условиях существования двух видов пассажиров и двух видов транспорта. В данной статье маршруты городского пассажирского транспорта условно разбиты на муниципальные автобусы и маршрутные такси. В муниципальных автобусах существуют льготы на проезд, а в маршрутных такси они практически отсутствуют.

Льготные категории населения, как правило, люди с не очень высоким достатком, и поэтому они ориентированы на перемещение по городу с использованием муниципальных маршрутов. Пассажиры, не имеющие льгот, как правило, не обращают внимания на вид транспорта и осуществляют посадку в первое подошедшее транспортное средство.

Используем следующие обозначения: N – количество остановочных пунктов, по которым движутся транспортные средства и перемещаются пассажиры; K – количество маршрутов, по которым передвигаются транспортные средства; $\mu_k^{(0)}$ – интенсивность пуассоновского потока муниципальных транспортных средств, движущихся по k -му маршруту в единицу времени ($k = \overline{1, K}$); $\mu_k^{(1)}$ – интенсивность пуассоновского потока маршрутных такси, движущихся по k -му маршруту в единицу времени ($k = \overline{1, K}$); $\alpha_k^{(0)}$ – себестоимость одного рейса муниципального транспорта на k -м маршруте; $\alpha_k^{(1)}$ – себестоимость одного рейса маршрутного такси

на k -м маршруте; $\lambda_{i,j}^{(0)}$ – интенсивность пуассоновского потока льготных категорий пассажиров, поступающих в единицу времени на i -й остановочный пункт с желанием переехать на маршрутном транспортном средстве на остановочный j -й пункт ($i, j = \overline{1, N}$); $\lambda_{i,j}^{(1)}$ – интенсивность пуассоновского потока не имеющих льгот категорий пассажиров, поступающих в единицу времени на i -й остановочный пункт с желанием переехать на маршрутном транспортном средстве на остановочный j -й пункт ($i, j = \overline{1, N}$); $A_{i,j}^k$ – принимает значение 1, если по k -му маршруту можно переехать с i -го остановочного пункта на j -й, иначе принимает значение 0 ($i, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, K}$); $\gamma^{(0)}$ – средняя стоимость часа пассажиров, имеющих льготы при проезде на муниципальном транспорте; $\gamma^{(1)}$ – средняя стоимость часа пассажиров, не имеющих льгот при проезде на транспорте.

Очевидно, что интенсивность потоков транспортных средств, движущихся по каждому маршруту, не отрицательна:

$$\mu_k^{(0)} \geq 0, \mu_k^{(1)} \geq 0, k = \overline{1, K}. \quad (1)$$

Затраты городского пассажирского транспорта на перевозку в единицу времени составят

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k^{(0)} \mu_k^{(0)} + \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(1)} \mu_k^{(1)}. \quad (2)$$

Суммарные затраты времени льготников в ожидании транспорта в единицу времени

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_{i,j}^{(0)}}{\sum_{s=1}^K A_{i,j}^s \mu_s^{(0)}}. \quad (3)$$

Суммарные затраты времени категорий пассажиров, не имеющих льгот в ожидании транспорта в единицу времени,

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_{i,j}^{(1)}}{\sum_{s=1}^K A_{i,j}^s (\mu_s^{(0)} + \mu_s^{(1)})}. \quad (4)$$

Целевой функцией в данной задаче являются суммарные затраты на передвижение транспортных средств по маршрутам в единицу времени (2) и потери времени пассажиров в ожидании (3), (4):

$$F(\{\mu_k^{(0)}\}_{k=\overline{1, K}}, \{\mu_k^{(1)}\}_{k=\overline{1, K}}) = \\ = \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(0)} \mu_k^{(0)} + \sum_{k=1}^K \alpha_k^{(1)} \mu_k^{(1)} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\gamma^{(0)} \lambda_{i,j}^{(0)}}{\sum_{s=1}^K A_{i,j}^s \mu_s^{(0)}} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\sum_{s=1}^K A_{i,j}^s (\mu_s^{(0)} + \mu_s^{(1)})} \rightarrow \min. \quad (5)$$

Отметим, что для данной обобщенной модели сохраняются следующие свойства.

Утверждение 1. Целевая функция (5) выпукла вниз на всей области существования.

Доказательство. Построим квадратичную форму, составленную из вторых производных,

$$\sum_{i,j=1}^N \left[\frac{2\gamma^{(0)}\lambda_{i,j}^{(0)} \left(\sum_{m=1}^K \sum_{k=1}^K A_{i,j}^k A_{i,j}^m \Delta\mu_k^{(0)} \Delta\mu_m^{(0)} \right)}{\left(\sum_{k=1}^K A_{i,j}^k \mu_k \right)^3} + \frac{2\gamma^{(1)}\lambda_{i,j}^{(1)} \left(\sum_{m=1}^K \sum_{k=1}^K A_{i,j}^k A_{i,j}^m [\Delta\mu_k^{(0)} + \Delta\mu_m^{(0)}]^2 \right)}{\left(\sum_{k=1}^K A_{i,j}^k [\mu_k^{(0)} + \mu_k^{(1)}] \right)^3} \right].$$

Квадратичная форма положительно определена, так как содержит только положительные коэффициенты. Поэтому целевая функция строго выпукла вниз на всей области определения. ■

Утверждение 2. В задаче (1), (5) существует, и притом единственное, конечное решение.

Доказательство. Целевая функция строго выпукла, при этом для каждого маршрута l

$$\lim_{\mu_k^{(m)} \rightarrow +\infty} H(\mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \dots, \mu_K^{(0)}, \mu_1^{(1)}, \mu_2^{(1)}, \dots, \mu_K^{(1)}) = +\infty.$$

То есть транспортные расходы неограниченно возрастают при повышении интенсивности движения. Исходя из этих положений, решение существует, оно конечно и единственно. ■

Утверждение 3. Пусть μ^* – решение задачи (1), (5). Тогда расходы транспорта и пассажиров совпадают в этой точке.

Доказательство. По необходимому условию экстремума производные от целевой функции по каждому направлению равны нулю:

$$-\sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(0)} \lambda_{i,j}^{(0)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l \mu_l^{(0)*} \right)^2} - \sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l [\mu_l^{(0)*} + \mu_l^{(1)*}] \right)^2} + \alpha_k^{(0)} = 0, \quad k = \overline{1, K}; \quad (6)$$

$$-\sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l [\mu_l^{(0)*} + \mu_l^{(1)*}] \right)^2} + \alpha_k^{(1)} = 0, \quad k = \overline{1, K}. \quad (7)$$

Выразив $\alpha_k^{(0)}$ и $\alpha_k^{(1)}$ из (6), (7), подставим в (2) и получим необходимый результат (3), (4):

$$\sum_{k=1}^K \left[\sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(0)} \lambda_{i,j}^{(0)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l \mu_l^{(0)*} \right)^2} \mu_l^{(0)*} + \sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l [\mu_l^{(0)*} + \mu_l^{(1)*}] \right)^2} \mu_l^{(0)*} + \right. \\ \left. + \sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\left(\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l [\mu_l^{(0)*} + \mu_l^{(1)*}] \right)^2} \mu_l^{(1)*} \right] = \sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(0)} \lambda_{i,j}^{(0)}}{\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l \mu_l^{(0)*}} + \sum_{i,j=1}^N \frac{A_{i,j}^k \gamma^{(1)} \lambda_{i,j}^{(1)}}{\sum_{l=1}^K A_{i,j}^l [\mu_l^{(0)*} + \mu_l^{(1)*}]} \quad \blacksquare$$

Утверждение 4. При увеличении доходов населения (соответственно и стоимости времени пассажиров) интенсивность движения транспорта по маршрутам должна увеличиться, а время ожидания – сократиться.

Доказательство. Пусть δ коэффициент роста стоимости пассажиро-часа двух категорий пассажиров, а μ_l^* – оптимальная интенсивность движения транспорта на l -м маршруте до изменения стоимости пассажиро-часа. Тогда в точке оптимума выполнялась система уравнений (6), (7). Очевидно, что в данном случае при подстановке

$$\mu_l^{(m)*} = \eta_l^{(m)*} \sqrt{\frac{1}{\delta}}; \quad m = 0,1; \quad l = \overline{1,K}$$

получим систему уравнений для η_l^* – оптимальной интенсивности движения общественного транспорта при измененной стоимости пассажиро-часа, то есть интенсивность движения транспорта возрастает. В аналогичной пропорции сокращается время ожидания пассажирами транспорта. ■

Следствие 1. При увеличении транспортных расходов в δ раз время ожидания пассажирами должно увеличиться, а интенсивность движения транспорта – сократиться в $\sqrt{\delta}$ раз.

Следствие 2. При увеличении пассажиропотока в δ раз время ожидания пассажирами и интенсивность движения транспорта увеличатся в $\sqrt{\delta}$ раз.

4. Оптимизация потоков двух видов транспорта на одном маршруте

В данном пункте представлена упрощенная модель: оптимизация работы транспорта двух видов на одном маршруте. Важность этой задачи объясняется тем, что в городе существуют пассажиропотоки (например, пригородные), которые могут быть перевезены только одним маршрутом.

То есть маршрут является как бы изолированным от остального пассажирского транспорта. В этом случае необходимо рассчитать, как наиболее эффективно организовать движение на таком маршруте с использованием двух видов транспорта. Параметры и переменные упрощенной задачи: $\mu^{(0)}$ – интенсивность пуассоновского потока муниципальных транспортных средств, движущихся по маршруту; $\mu^{(1)}$ – интенсивность пуассоновского потока маршрутных такси, движущихся по маршруту; $\alpha^{(0)}$ – себестоимость одного рейса муниципального транспорта на данном маршруте; $\alpha^{(1)}$ – себестоимость одного рейса маршрутного такси на данном маршруте; $\lambda^{(0)}$ – интенсивность пуассоновского потока льготных категорий пассажиров, перевозимых на маршруте; $\lambda^{(1)}$ – интенсивность пуассоновского потока не имеющих льгот категорий пассажиров, перевозимых на маршруте; $\gamma^{(0)}$ – средняя стоимость часа пассажиров, имеющих льготы при проезде на муниципальном транспорте; $\gamma^{(1)}$ – средняя стоимость часа пассажиров, не имеющих льгот при проезде на транспорте.

Средние потери потока льготников в единицу времени составляют

$$\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}}. \quad (8)$$

Средние потери в единицу времени пассажирами, не имеющими льгот,

$$\frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)}}. \quad (9)$$

Учитывая (8), (9), получим целевую функцию суммарных потерь в единицу времени пассажиров и транспорта:

$$F = \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\mu^{(0)}} + \frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\mu^{(0)} + \mu^{(1)}} + \alpha^{(0)}\mu^{(0)} + \alpha^{(1)}\mu^{(1)} \rightarrow \min. \quad (10)$$

Данная функция стремится к минимуму, так как только при минимальных суммарных потерях пассажиров и транспортного предприятия возможно определить оптимальную интенсивность движения. Необходимым условием существования экстремума является равенство нулю частных производных по всем переменным. Для данной системы дифференцируем функцию (10) по $\mu^{(0)}$, $\mu^{(1)}$, и получим оптимальную интенсивность движения муниципальных автобусов и маршрутных такси:

$$\mu^{(0)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\alpha^{(0)} - \alpha^{(1)}}}; \quad \mu^{(1)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\alpha^{(1)}}} - \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\alpha^{(0)} - \alpha^{(1)}}}. \quad (11)$$

В случае, когда выполняется ограничение

$$\frac{\gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\alpha^{(1)}} \leq \frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)}}{\alpha^{(0)} - \alpha^{(1)}},$$

неэффективно использовать маршрутные такси на данном маршруте, а муниципальный автобус в этом случае перевозит все пассажиропотоки:

$$\mu^{(1)} = 0; \quad \mu^{(0)} = \sqrt{\frac{\gamma^{(0)}\lambda^{(0)} + \gamma^{(1)}\lambda^{(1)}}{\alpha^{(0)}}}. \quad (12)$$

5. Заключение

Основным достоинством моделей, представленных в данной статье, является возможность одновременно определять оптимальный режим работы транспорта на большом количестве маршрутов с учетом потерь пассажиров при ожидании на остановочных пунктах. Это позволит эффективно управлять транспортными потоками в мегаполисе.

Недостатком является то, что не учитывается ограничение на пассажироместимость транспортных средств. Но на практике пассажирский транспорт обычно перегружается лишь в часы пик. Для того чтобы компенсировать перегрузку транспорта в часы пик, стоимость пассажиро-часа в это время считается в 1,5–2 раза выше, чем в обычное [4]. В этих условиях модель определения оптимальной интенсивности движения может быть построена отдельно для каждого периода времени и, соответственно, определены оптимальные интервалы движения транспорта в течение суток, в зависимости от сезона и дня недели.

Поэтому построенная модель может быть эффективно использована при планировании работы городского маршрутизированного транспорта, учитывая социально-экономический эффект для пассажиров и меняющиеся в течение суток пассажиропотоки.

Разделение пассажиров на категории и общественного транспорта на виды отражает наличие социально-незащищенных групп населения, удовлетворение интересов этих категорий граждан позволит повысить социальный уровень некоторых категорий населения. Однако условия обслуживания льготников (время ожидания) будут отличаться от условий обслуживания других категорий населения.

Внедрение данной методики расчета оптимальной интенсивности движения муниципальных автобусов и маршрутных такси позволяет уменьшить суммарные затраты пассажиров и транспорта. Это приведет к более эффективному функционированию транспорта в городской среде.

Список литературы

1. Аррак, А.О. Социально-экономическая эффективность пассажирских перевозок / А.О. Аррак. – Таллин : Ээсти раамат, 1982. – 200 с.

2. Корягин, М.Е. Конкуренция транспортных потоков / М.Е. Корягин // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 3. – С. 143–152.

3. Корягин, М.Е. Минимизация суммарных затрат времени пассажиров и городского пассажирского транспорта / М.Е. Корягин // Устойчивость и процессы управления. Т. 3 : Секция 9–10 : Труды междунар. конф. (Санкт-Петербург, 29 июня – 1 июля 2005) / Под ред. Д.А. Овсянникова, Л.А. Петросяна. – СПб. : Изд-во СПбГУ ; НИИ ВМ и ПУ ; ООО ВВМ, 2005. – С. 1557–1565.

4. Пчелинцев, О.С. Экономическая оценка времени населения и ее использование при определении требований к развитию транспортной инфраструктуры / О.С. Пчелинцев // Развитие системы пассажирских сообщений. – М. : Наука, 1980. – С. 123–134.

Public Transport Flows Optimization in Urban Environment

M.E. Koryagin, O.S. Semenova

Kuzbass State Technical University, Kemerovo

Key words and phrases: convex programming; city public transport, Markov processes, multivariable function.

Abstract: The optimization of public transport headway is described. Municipal transport and private express buses carry passengers; some passengers have commuting perks. The aim is to minimize total transport expenses and passengers' waiting time loss. The sensitivity analysis of the model is made.

© М.Е. Корягин, О.С. Семенова, 2008