УДК 372.851
DOI: 10.17277/voprosy.2022.03.pp.124-133

КОНЦЕПЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДЕТЕРМИНИЗМА В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

А. Д. Нахман

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», Тамбов, Россия

Ключевые слова: детерминистский и стохастический подходы; инструменты интеграции; трансформация моделей.

Аннотация: Рассмотрены концепция стохастического детерминизма и ее математическая интерпретация. Намечены пути разрешения противоречия между традиционным для математики детерминистским подходом и необходимостью формирования у обучающихся современных научных представлений, которые базируются на вероятностно-статистических законах. Предложено идею математического моделирования использовать как общую платформу для сближения обоих обсуждаемых подходов, выявлены аналитические инструменты их интеграции применительно к системе «школа – вуз». Показано, в частности, что одним из инструментов исследования дискретных случайных величин является теория и практика числовых и функциональных рядов. Формированию у обучающихся представлений о внутренних глубоких связях математических теорий способствует рассмотрение комплексных заданий на трансформацию моделей. Речь идет о моделировании систем или процессов, изучение которых происходит одновременно в детерминистском и стохастическом направлениях в зависимости от вопроса задачи. Предложено несколько авторских задач на исследование «моделей-трансформеров».

Введение

Возникновение теории вероятностей как ветви математической науки было связано с естественным желанием исследователей обнаружить тенденцию проявления закономерностей в совокупности массовых случайных явлений, существование которых не укладывалось в устоявшуюся причинно-следственную концепцию развития природы и общества и потребовало возникновения новых математических инструментов исследований. Если классический детерминизм предполагал обусловленность каждого последующего состояния изучаемой системы ее предыдущим состоянием,

Нахман Александр Давидович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Высшая математика», e-mail: alextmb@mail.ru, ТамбГТУ, Тамбов, Россия.

то в системах стохастического характера такая обусловленность трансформируется во множество будущих состояний с возможностью нахождения вероятности каждого из них. В классическом детерминизме конечный результат (следствие) определяется тем точнее, чем меньше обусловливающих его причин, тогда как в стохастическом детерминизме действует прямо противоположный принцип: чем больше причин, тем точнее следствие.

Таким образом, концепция стохастического детерминизма в широком смысле означает существование объективной закономерности, проявляющей себя в процессе накопления информации о массовых случайных явлениях (слово «массовых» здесь является ключевым). В узком, математическом, смысле речь идет об устойчивости числовых характеристик систем и процессов: устойчивости относительных частот, средних значений и др.

Важно отметить, что в самом общем случае проявляемые детерминистские тенденции выступают лишь как гипотезы, проверяемые эмпирическим путем, тогда как математические закономерности подлежат строгому логическому обоснованию (доказательству). Ввиду потребности в такой обосновательной базе и дополнительных инструментах исследования предполагаемых закономерностей возникает необходимость в математическом (стохастическом) моделировании изучаемых процессов и систем. В свою очередь, благодаря процессу моделирования может быть реализован принцип стохастического детерминизма, состоящий «… в активном целенаправленном использовании явления стохастического детерминизма при исследовании операций…, в которых наблюдается элемент случайности в каждом отдельном случае, но устойчивый в совокупности результат» [1, с. 490].

Детерминизм и стохастика в обучении математике

Рассмотрим, как упомянутое выше противопоставление детерминистского и стохастического подходов проявляет себя (и может быть преодолено) в процессе изучения математических дисциплин.

Содержание классического курса высшей математики в технических, например, вузах традиционно включает в себя аналитическую геометрию, элементы линейной алгебры, математический анализ и дифференциальные уравнения. Во второй половине прошлого века к указанным дисциплинам добавились элементы теории вероятностей и математической статистики. Однако, соответствующий материал на фоне вышеперечисленных дисциплин выглядел поначалу не вполне серьезным, чужеродным, отделенным и отдаленным от «магистральных» математических направлений. В немалой степени этому способствовало содержание задач, по большей части основанное на игровых сюжетах. Сложившаяся ситуация вызывала в определенной части педагогического сообщества реакцию отторжения этого нового направления.

Ситуация усугубилась с приходом стохастической линии в школьный курс математики. Достаточно напомнить, что при обсуждении Концепции развития российского математического образования [2] в проекте, подготовленном группой математиков МГУ им. М. В. Ломоносова, прямо указывалось: «Необходимо сдвинуть на более позднее время, а еще лучше, вообще убрать из базового математического образования весь материал, связанный с теорий вероятностей и математической статистикой, комбинаторикой, теорией множеств и логикой…» [3].

Таким образом, возникло и в значительной степени сохраняется противоречие между традиционным для классического курса математики детерминистским подходом и необходимостью формирования у обучающихся современных научных представлений, которые базируются на вероятностно-статистических законах. Пути разрешения данного противоречия являются предметом многих исследований (см., напр., [4] и библиографию в ней). Отметим при этом новый чисто прагматический аспект проблемы: в 2022 г. в состав контрольно-измерительных материалов профильного ЕГЭ по математике включена дополнительная задача (отнюдь не тривиального содержания) на использование теорем о вероятностях (см., напр., [5]). Данное обстоятельство, с одной стороны, требует актуализации вероятностно-статистических знаний и умений, но с другой – вызывает определенную тревогу как в среде учащихся, так и педагогов.

Резюмировать все сказанное можно в виде постановки следующей методической задачи: выявить инструменты интеграции детерминистского и стохастических направлений курса математики в системе «школа – вуз». Эти инструменты представляются нам следующими:

– общая «модельная платформа» для обоих направлений;

– подход к понятию вероятности как мере на борелевской алгебре событий;

– использование общих аналитических методов исследования детерминированных и стохастических моделей;

– приоритетное внимание к предельным теоремам;

– рассмотрение «моделей-трансформеров».

Отметим, что данный список не претендует на полноту и в процессе дальнейшего погружения в проблему может быть расширен. Остановимся подробнее на каждом из перечисленных пунктов.

Математические модели. Постулаты вероятности

Утверждающийся в школьном и вузовском курсе математики компетентностный подход диктует необходимость расстановки акцентов в пользу практико-ориентированных заданий. Реализацию компетентностного подхода мы усматриваем, прежде всего, в трехэтапном процессе моделирования ситуаций, описываемых в сюжетных задачах. А именно, речь идет о переводе содержательной модели на математический язык (формализации данных и вопроса задачи), решении полученной математической задачи и интерпретации результата в терминах исходной содержательной модели. При этом данный трехэтапный процесс распространяется как на детерминированные, так и стохастические модели. Эта общая модельная основа решения задач служит целям сближения стохастической и «классической» математики и первым (на наш взгляд) шагом к преодолению вышеупомянутой «чужеродности» вероятностно-статистического направления.

Следующим, собственно математическим шагом на пути сближения детерминистского и стохастического подходов является аксиоматическая основа самого понятия вероятности. А именно, вероятность есть, по сути, нормированная счетно-аддитивная мера на борелевской алгебре событий (см., напр., [6, с. 33 – 35]). Если провести условную границу между школьным и вузовским курсами математики, то преподавание теории вероятностей в вузе, по нашему мнению, следует начинать именно с аксиоматического построения понятия вероятности, проверяя затем выполнимость аксиом на классической и геометрической моделях. Впрочем, нам представляется, что в упрощенном виде постулаты вероятности, следует вводить еще в школьном курсе. Соответствующее изложение может быть предложено следующим.

Постановка задачи: научиться «измерять» степень объективной возможности наступления случайных событий. Для ее решения сопоставим каждому из них значение некоторой числовой функции p, заданной на множестве событий. В качестве шкалы ее значений примем отрезок [0; 1]. При этом значение $p = p(U) = 1$ мы приписываем любому достоверному событию U, а значение $p = p(O) = 0$ – любому невозможному событию O. Естественно считать теперь, что всякое случайное событие имеет вероятность, изменяющуюся от 0 до 1 (включая, возможно, указанные крайние значения). Далее, проверяем названные постулаты для классической, например, вероятности.

Пусть, как обычно, n есть число элементарных исходов испытания, а m – число благоприятных для данного события A исходов. Классическая вероятность события A определяется в виде $p(A) = \frac{m}{n}$. Имеем тогда:

$$p(U) = \frac{n}{n} = 1; \;\; p(O) = \frac{0}{n} = 0.$$

Если же A – событие случайное, то $0 < m < n$ и, следовательно, $0 < P(A) < 1$.

В качестве следующего шага по частичному преодолению вышеозначенного противоречия предлагаем выявление общих (или, по меньшей мере, аналогичных) инструментов исследования детерминированных и стохастических моделей. Начнем с того, что классическая вероятность есть доля благоприятных для некоторого события исходов в конечном наборе всех элементарных исходов опыта. Понятие доли (процента) известно обучающимся еще из начальной школы. Если отстраниться от случайного аспекта эксперимента (равновозможность исходов, их попарная несовместность, полнота группы), то, формально, имеем задачу на вычисление процентов. Указанное обстоятельство помогает на начальном этапе изучения теории вероятностей интерпретировать понятие полной группы событий в терминах суммы всех возможных долей, составляющей 100 %. Так, например, если шахматист имеет вероятность $p = 0{,}5$ выигрыша партии у соперника и $p = 0{,}2$ вероятность проигрыша, то вероятность ничьей определяется следующим соображением: из общего числа 100 % исходов на ничью приходится 100 % – 50 % – 20 % = 30 % исходов, то есть искомая вероятность будет равна 0,3.

Обратимся еще к одному примеру: формула полной вероятности

$$P(A) = \sum_{k=1}^{n} P(H_k) P(A / H_k)$$

в схеме гипотез может быть интерпретирована как обобщенное среднее арифметическое (средне-взвешенное) значение условных вероятностей $P(A / H_k)$ события A в том случае, когда весовыми коэффициентами являются вероятности гипотез $P(H_k)$; $k = 1, 2, ..., n$; $n = 2, 3, ...$.

Таким образом, речь идет о постепенном погружении через посредство простейших детерминистских инструментов в собственно стохастические понятия и факты.

Методы математического анализа. Предельные теоремы

Методы дифференциально-интегрального исчисления широко применяются при исследовании распределений непрерывных случайных величин. Инструмент дифференцирования используется при нахождении плотностей распределений, инструмент интегрирования – при восстановлении функций распределений, нахождении вероятностей попадания значений величины в заданные области; параметры нормального распределения связаны с интегралом Эйлера–Пуассона и т.д.

Впрочем, методы математического анализа применимы и к дискретным распределениям. Речь идет, например, об исследовании предельного поведения вероятностей Бернулли $P_{n,\,k}(A)$, если число опытов n неограниченно растет при сохранении условия $np = \text{const} = \lambda$; здесь p – вероятность данного события A в единичном опыте, k – число наступлений события. Предельное соотношение Пуассона [6, с. 159–160]

$$\lim_{n \to \infty} P_{n,k}(A) = \frac{\lambda^k \mathrm{e}^{-\lambda}}{k!}$$

демонстрирует проявление свойства стохастического детерминизма в виде устойчивости вероятностей Бернулли. Важным аналитическим инструментом исследования дискретных величин является также теория числовых и функциональных рядов. В качестве примера продемонстрируем использование разложения Маклорена экспоненциальной функции для нахождения числовых характеристик распределения Пуассона.

Как известно, математическое ожидание числа X наступлений события A представимо в виде

$$M(X) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k \mathrm{e}^{-\lambda}}{k!} = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}.$$

Сумма же ряда в последней записи при каждом значении λ оказывается равной e^{λ}, так что $M(X) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda} \mathrm{e}^{\lambda} = \lambda.$

Более глубокое погружение в преобразования степенных рядов требуется при вычислении дисперсии $D(X)$ распределения Пуассона

$$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=\sum_{k=0}^{\infty}k^2\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}-\lambda^2=\lambda e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty}k\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}-\lambda^2=$$

$$=\lambda e^{-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty}(k-1+1)\frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!}-\lambda^2=\lambda e^{-\lambda}(e^{\lambda}\sum_{k=0}^{\infty}k\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!})-\lambda^2=$$
$$=\lambda e^{-\lambda}(e^{\lambda}\lambda+e^{\lambda})-\lambda^2=\lambda.$$

Примеры такого характера ярко демонстрируют наличие внутрипредметных связей в математике, глубокое проникновение аналитических фактов и методов в стохастическую область.

Свойство стохастического детерминизма напрямую проявляет себя в так называемом законе больших чисел, центральной предельной теореме и др. Общий смысл упомянутого закона состоит в том, что совместное действие большого числа одинаковых и независимых случайных факторов приводит к результату, в пределе не зависящему от случая. Речь идет, в частности, об устойчивости относительных частот, выборочных средних и др. Остановимся, например, на методическом аспекте рассмотрения свойства устойчивости относительной частоты случайного события. На вводном этапе изучения теории вероятностей оно формулируется без математического обоснования; дается лишь ссылка на результаты массовых экспериментов. В дальнейшем же изложении (на этапе изучения случайных величин) оно находит подтверждение в форме закона больших чисел Бернулли. А именно, если $w_n(A)=\frac{m_A}{n}$ – относительная частота события A в n опытах и $p(A)$ – его вероятность, то для любого $\varepsilon>0$ имеет место соотношение

$$\lim_{n\to\infty}P\left(\left|\frac{m_A}{n}-p(A)\right|<\varepsilon\right)=1.$$

С нашей точки зрения, этот закон уже на вводном этапе целесообразно сформулировать (без обращения к доказательству) хотя бы в следующей вербальной форме: с уверенностью, сколь угодно близкой к 100 %, можно утверждать, что отклонение относительной частоты события от его вероятности будет задано мало, если только число проводимых опытов достаточно велико. Таким образом, обращение к концепции стохастического детерминизма возникнет на первом же шаге изучения вероятностно-статистической теории.

Трансформация моделей

Наконец, еще один шаг на пути выработки у учащихся представлений о внутренних глубоких связях математических теорий мы видим в рассмотрении комплексных заданий на трансформацию моделей. А именно, речь идет о моделировании систем или процессов, изучение которых происходит одновременно в детерминистском и стохастическом направлениях в зависимости от вопроса задачи; естественно, что системы и процессы здесь понимаются в упрощенном смысле как интерпретации сюжетов учебных задач. Приведем примеры заданий, связанных с такими моделями-трансформерами.

1. На складе имеются однотипные изделия, произведенные двумя фирмами. Первая из них поставила 40 % изделий высшего качества, вторая – 20 %. Всего изделий высшего качества на складе оказалось 35 %. Во сколько раз изделий, поставленных первой фирмой, больше, чем второй? Какова вероятность того, что изделие, случайным образом выбранное на складе, окажется произведенным первой фирмой?

При ответе на первый вопрос задания мы имеем дело с детерминированной моделью некоторой ситуации (стандартная сюжетная задача на тему «Смеси»). А именно, если изделий от первой фирмы было m_1, а от второй m_2, то

$$0{,}4m_1 + 0{,}2m_2 = 0{,}35(m_1 + m_2), \text{ откуда } m_1 = 3m_2.$$

Значит, изделий первой фирмы было втрое больше.

Отвечая на второй вопрос, мы моделируем случайный выбор, то есть модель трансформируется в стохастическую. Требуется найти общее число n элементарных исходов случайного выбора и число m исходов, благоприятствующих взятию изделия первой фирмы. Имеем $n = m_1 + m_2 = 4m_2$ и $m = m_1 = 3m_2$. Теперь искомая вероятность

$$p = \frac{m}{n} = \frac{3m_2}{4m_2} = 0{,}75.$$

2. Проводится укладка асфальта на дороге. В первый день уложено 300 м^2 дороги, а в каждый следующий день укладывается на одно и то же число м^2 больше. Всего за 15 дней уложено 9750 м^2.

Сколько квадратных метров уложено в восьмой день? Какова вероятность, что в случайно выбранный день уложено более 570 м^2 асфальта?

Для ответа на первый вопрос следует построить детерминированную модель сюжета в терминах арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 300$, разностью d и заданной суммой S_{15} пятнадцати членов, после чего, найдя d, следует определить восьмой член прогрессии. По формуле

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n$$

суммы n членов прогрессии имеем

$$9750 = S_{15} = \frac{2 \cdot 300 + (15-1)d}{2} \cdot 15,$$

откуда $d = 50$ и $a_8 = 300 + 50 \cdot 7 = 650$.

Ответ на второй вопрос предусматривает трансформацию модели в стохастическую, поскольку требуется найти вероятность события A, состоящего в том, что в выбранный случайным образом день проверки (день с номером n) количество уложенных метров асфальта $a_n > 570$. Найдем возможные значения n из соотношения $300+50(n-1)>570$, откуда $n>6{,}4$, так что $n=7,8,...,15$. Значит, событие A состоит в том, что выбран любой из этих 9 дней, то есть искомая вероятность $p(A)=\frac{9}{15}$, или $p(A)=0{,}6$.

3. Робот-пылесос убирает гостиную, имеющую форму квадрата со стороной 4 м, с пристроенной (по ширине гостиной) площадкой в форме параболического сегмента высоты h = 2 м. Какова площадь гостиной?

Считая положение робота (в любой момент времени) в каждой точке равновозможным и пренебрегая размерами робота, найти вероятность того, что в данный момент он убирает территорию параболической площадки.

Приведем решение данного задания.

1) Детерминированная модель. Площадь гостиной складывается из площади квадрата и площади параболического сегмента. Расположим прямолинейную границу сегмента вдоль отрезка [–2; 2] оси абсцисс, а вершину параболы в точке (0; 2) оси ординат. Тогда уравнение параболы имеет вид $y=2-ax^2$, где параметр a определяется из условия принадлежности параболе точки (2; 0) : 0 = 2 – 4a, откуда $a=\frac{1}{2}$. Итак, в выбранной прямоугольной системе координат параболическая граница сегмента имеет уравнение $y=2-\frac{1}{2}x^2$. Теперь можно найти площадь сегмента, м^2:

$$S_{\text{c}}=2\int_0^2(2-\frac{1}{2}x^2)dx=\frac{16}{3}.$$

Площадь S гостиной будет тогда равна $4^2+\frac{16}{3}=21\frac{1}{3}$.

2) Ответ на второй вопрос предполагает трансформацию детерминированной модели в стохастическую, поскольку вычисляется вероятность события A, состоящего в нахождении робота в случайно выбранный момент времени на территории параболического сегмента. Согласно условию задания здесь возможно использование геометрической вероятности:

$$P(A)=\frac{S_{\text{c}}}{S}, \text{ откуда } P(A)=\frac{1}{4}.$$

4. Функция $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2-4x-\frac{1}{3}$ задана на отрезке [–2; 5]. Найти интервалы убывания функции. Какова вероятность, что произвольно выбранная точка этого отрезка служит точкой возрастания функции?

Промежутки монотонности, как известно, определяются свойством знакопостоянства производной $f'(x)$. В нашем случае $f'(x)=x^2-3x-4$. На заданном отрезке содержатся две стационарные точки $x=-1$ и $x=4$.

В интервале (–1; 4) имеем, очевидно, $f'(x)<0$; в интервалах же (–2; –1) и (4; 5) будет $f'(x)>0$. Следовательно, данная функция убывает на интервале (–1; 4).

Искомая вероятность p – это геометрическая вероятность, а именно, отношение меры множества, состоящего из промежутков возрастания функции (в нашем случае – их суммарной длины) к мере (длине) отрезка [–2; 5]. Имеем тогда $p=\frac{2}{7}$.

Подобные задания в форме мини-кейсов, несмотря на их простоту, демонстрируют приемы комплексного математического описания изучаемых ситуаций и прогнозировании поведения соответствующих процессов.

Заключение

Одной из методических задач в области обучения математике является задача разрешения противоречия между традиционным детерминистским и инновационным стохастическим подходами. Решение данной задачи остается и поныне актуальным как в школьном, так и вузовском курсах. В качестве общей платформы для сближения обоих подходов предлагается идея математического моделирования.

Инструментами интеграции стохастического модуля в «классический» курс математики могут служить использование общих аналитических методов исследования детерминированных и стохастических моделей (например, суммирование степенных рядов), приоритетное внимание к предельным теоремам, рассмотрение моделей-трансформеров.

Изложенные детерминистские подходы к введению понятий, обоснованию фактов стохастики и решению стохастических задач призваны (как надеется автор) способствовать преодолению известной обособленности вероятностно-статистического модуля в составе курса математики и формированию у обучающихся представления об универсальности и прикладном характере математического инструментария в исследовании различных процессов и систем.

Список литературы

1. Клюев, В. В. Машиностроение. Энциклопедия / В. В. Клюев, В. В.Болотин, Ф. Р. Соснин [и др.]. – М. : Машиностроение, 1998. – Т. 30. – 552 с.

2. Концепция развития российского математического образования. – Текст : электронный. – URL : www.math.ru/conc/vers/conc-3003.html (дата обращения: 23.04.2022).

3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. – Текст : электронный // Проект МГУ. – URL : https://www.msu.ru/science/details/2013/mathobr.pdf (дата обращения: 23.04.2022).

4. Нахман, А. Д. Особенности модуля «Вероятность и статистика» в составе курса высшей математики Особенности стохастической составляющей курса высшей математики / А. Д. Нахман // Вопр. соврем. науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2021. – № 1 (79). – С. 147 – 158. doi: 10.17277/voprosy.2021.01.pp.147-158

5. Сдам ГИА: решу ЕГЭ. – Текст : электронный // Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика профильного уровня. – URL : https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения 23.04.2022).

6. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер ; пер. с англ. Р. Л. Добрушина [и др.] ; под ред. Е. Б. Дынкина. – 2-е изд., стер. – М. : Мир, 1967. – 511 с.

References

1. Klyuyev V.V., Bolotin V.V., Sosnin F.R. [et al.] *Mashinostroyeniye. Entsiklopediya* [Engineering. Encyclopedia], Moscow: Mashinostroyeniye, 1998, 552 p. (In Russ.)

2. https://www.math.ru/conc/vers/conc-3003.html (accessed 23 April 2022).

3. https://www.msu.ru/science/details/2013/mathobr.pdf (accessed 23 April 2022).

4. Nakhman A.D. [Features of the stochastic component of the course of higher mathematics], *Voprosy sovremennoy nauki i praktiki. Universitet im. V. I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], 2021, no. 1 (79), pp. 147-158, doi: 10.17277/voprosy.2021.01.pp.147-158 (In Russ., abstract in Eng.)

5. https://ege.sdamgia.ru/ (accessed 23 April 2022).

6. Feller V., Dynkin Ye.B. [Ed.] *Vvedeniye v teoriyu veroyatnostey i yeye prilozheniya* [Introduction to the theory of probability and its applications], Moscow: Mir, 1967, 511 p. (In Russ.)

The Concept of Stochastic Determinism in Teaching Math

A. D. Nakhman

Tambov State Technical University, Tambov, Russia

Keywords: deterministic and stochastic approaches; integration tools; model transformation.

Abstract: The concept of stochastic determinism and its mathematical interpretation are considered. Ways are outlined to resolve the contradiction between the traditional deterministic approach for mathematics and the need to form modern scientific ideas among students, which are based on probabilistic-statistical laws. The idea of mathematical modeling is proposed to be used as a common platform for the convergence of both discussed approaches, analytical tools for their integration in relation to the "school - university" system are identified. It is shown, in particular, that one of the tools for studying discrete random variables is the theory and practice of numerical and functional series. The formation of students' ideas about the internal deep connections of mathematical theories is facilitated by the consideration of complex tasks for the transformation of models. We are talking about modeling systems or processes, the study of which occurs simultaneously in deterministic and stochastic directions, depending on the issue of the problem. Several author's tasks for the study of "transformer models" are proposed.
