УДК 372.851
DOI: 10.17277/voprosy.2018.03.pp.121-131

СТОХАСТИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ ДОВУЗОВСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

А. Д. Нахман, Ю. В. Родионов, В. В. Васильев

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов, Россия

Рецензент д-р пед. наук, профессор Н. П. Пучков

Ключевые слова: содержательный компонент; стохастическая линия; технологические приемы; уровни образования.

Аннотация. Обоснована необходимость разработки содержательного и технологического компонентов системы обучения стохастике на довузовском этапе математической подготовки. Выявлены противоречия, порождающие проблему исследования научно-методических основ стохастической подготовки. Отмечено, что система начальных вероятностно-статистических знаний и умений служит пропедевтикой освоения соответствующего блока содержания в вузовском курсе математики. Предложено распределение вероятностно-статистического материала по уровням образования: начальный, основная школа, старшие классы средней школы. Установлено соответствие между указанными уровнями и инструментами познания фактов стохастики (начальная школа – наглядность и интуиция; основная – логика и комбинаторные принципы; старшая – логико-аналитические инструменты). Утверждается, что понятие вероятности должно предваряться классификацией событий и определениями действий над ними, а также, что первичное представление о вероятности события должно уточняться на каждом этапе довузовской подготовки. Рассмотрены некоторые технологические приемы введения вероятностно-статистических понятий и фактов. Предложены, в частности, пошаговые алгоритмы определения операций над событиями и вычисления классической вероятности комбинированных событий. Основные положения работы иллюстрируются средствами оригинального задачного материала.

Нахман Александр Давидович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», e-mail: alextmb@mail.ru; Родионов Юрий Викторович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Техническая механика и детали машин»; Васильев Василий Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Высшая математика», , ТамбГТУ, г. Тамбов, Россия.

Введение

В условиях обновления содержания высшего профессионального образования немаловажную роль играет проблема разработки научно-методических основ непрерывной стохастической подготовки. В свою очередь формирование системы начальных вероятностно-статистических знаний и умений уже на довузовском уровне служит пропедевтической основой освоения соответствующего блока содержания в курсе математики вуза. Необходимость начальной стохастической подготовки вытекает из основных положений Концепции развития Российского математического образования [1], требования к ней отражены в новых Федеральных государственных образовательных стандартах (**ФГОС**) начального, основного общего и общего среднего образования [2].

Проблемное поле

Несмотря на достаточно длительный период апробации стохастического материала в курсе основной и старшей школ (в последние годы – и начальной школы) сохраняются противоречия:

1) между необходимостью формирования у обучающихся практико-ориентированных и прикладных знаний и умений и абстрактностью, оторванностью от практики основной части изучаемого математического материала;

2) достаточно элементарным характером стохастических заданий и сложным, глубоким инструментарием «традиционной» школьной математики;

3) преимущественно интуитивным, эмпирическим подходом к основным понятиям и фактам и необходимостью построения по возможности строгого изложения, приближенного к аксиоматическому подходу.

Первое из перечисленных противоречий порождает проблему разработки содержательного и технологического компонентов системы обучения математическому (и в частности, стохастическому) моделированию. В первую очередь здесь предстоит решить задачу оптимального распределения стохастического материала по уровням образования.

Второе противоречие порождает достаточно легкомысленное отношение многих обучающихся к стохастике, как разделу курса математики, посвященному (по их представлениям) задачам о монетках, игральных кубиках и картах и т.п.

Третье противоречие в значительной степени связано со вторым, и генерирует как проблему реализации внутрипредметных связей при изучении вероятностно-статистического материала (см., напр., [3]), так и проблему устранения его дублирования в школьном и вузовском курсах математики.

Разумеется, что в рамках одной статьи невозможно получить решение указанных проблем; вместе с тем мы намечаем определенные пути, приближающие к такому решению.

Стохастика: содержательный компонент

Сформулируем понимание термина «Стохастика». Стохастика – раздел математики, находящийся в тесной связи с практической деятельностью человека. Вместе с тем, это современная ветвь математики, интегрирующая в себе понятия и факты дискретной математики (алгебра множеств, комбинаторика), теории функций действительного переменного (мера), теории рядов (распределения Пуассона, геометрическое и др.), дифференциально-интегральное исчисление (функция и плотность распределения), теория специальных интегралов (интеграл Эйлера–Пуассона и др.), интерполяционной теории, эргодической теории и теории аппроксимаций (использование средних рядов и интегралов, восстановление распределений по их моментам и др.). Предмет стохастики – изучение количественных закономерностей массовых случайных явлений, в частности, численное прогнозирование случайных событий.

Стохастическая содержательная линия, занимает особо важное место в курсе математики, так как, с одной стороны, является неотъемлемой составляющей «реальной» математики, а с другой – обладает уникальным потенциалом для реализации объективно существующих внутрипредметных связей. В свою очередь реализация таких связей способствует формированию у учащихся целостного представления о математике как науке, «переносу» знаний и умений из одного раздела изучаемой дисциплины в другой, порождает возможности использования математических методов и алгоритмов в новых условиях.

Обсудим вопрос о распределении содержания стохастической подготовки по уровням образования. Так, ФГОС основного общего образования [2] среди предметных требований к результатам освоения основной образовательной программы называет: «овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений».

Изложим наши представления о характере соответствий между уровнями довузовской математической подготовки, осваиваемыми инструментальными уровнями и блоками осваиваемого содержания (табл. 1).

На начальном уровне стохастической подготовки простейшими инструментами познания вероятностно-статистических фактов выступают наблюдение, опыт, интуиция, простейшие обобщения. Уровень основной школы предполагает овладение комбинаторными принципами для непосредственного вычисления вероятности события, а также построение простейших логических выводов в рамках алгебры высказываний [4]. Учащиеся старших классов средней школы способны овладеть теоремами сложения и умножения вероятностей, формулами полной вероятности и Байеса, формулой Бернулли и ее следствиями, то есть применить логико-аналитичес-

Таблица 1

Уровни подготовки и блоки содержания

Уровень подготовки	Инструментальный уровень	Блоки содержания
Начальная школа	Наглядно-интуитивный	Виды событий. Опыты с подбрасываниями монеты и игрального кубика. Визуализация данных. Частоты. Относительные частоты. Первичное представление о классической вероятности. Подсчет количеств исходов путем перебора вариантов
Основная школа	Логико-комбинаторный	Комбинаторные принципы сложения и умножения. Число перестановок, размещений и сочетаний. Классическая вероятность и ее свойства. Геометрическая вероятность. Устойчивость относительной частоты. Построение вариационных рядов, полигон и гистограмма
Старшие классы средней школы	Логико-аналитический	Вероятность суммы и произведения событий. Схема гипотез. Схема Бернулли. Получение точечных оценок параметров теоретического распределения на основе эмпирических данных

кий аппарат к решению учебных и практических задач. Отметим значительный потенциал стохастических знаний и умений в реализации прикладной и практико-ориентированной направленности обучения математике (см. [5]). Наш подход дополняет некоторые положения работы [6].

Технологические приемы введения стохастических понятий на этапе довузовской подготовки

Традиционно, технологию обучения рассматривают как систему педагогических действий, коммуникаций, выстраиваемую в соответствии с целевыми установками, конкретным ожидаемым предметным или метапредметным результатом, и направленную на достижение планируемых результатов обучения.

Технологический прием рассмотрим как элемент технологии, отвечающий на конкретный вопрос: «Как данному материалу обучить результативно?»

1**.** *Основными понятиями* теории вероятностей, как основы стохастики, являются понятия события и его вероятности.

Понятие вероятности, по нашему мнению, должно предваряться классификацией событий и действиями над событиями. Здесь, основываясь на интуитивном представлении о событиях, следует рассматривать их при выполнении некоторого данного комплекса условий и подразделить:

– на достоверные (обозначение – событие U) – наверняка происходящие;

– невозможные (обозначение: $\varnothing$) – которые наверняка не происходят;

– случайные события A, B, ... – могут как произойти, так и не произойти.

Указанная классификация событий доступна уже на начальном уровне стохастической подготовки. При этом важно подчеркнуть, что с изменением комплекса условий может измениться характер события. Так, например, событие «наугад взятое натуральное число делится нацело на 8» является случайным на множестве всех четных натуральных чисел и невозможным на множестве нечетных чисел.

Введение в рассмотрение операций над событиями возможно в курсе основной школы. Речь идет о сложении и умножении событий. Сумма $A = A_1 + A_2 + ... + A_n$ конечного количества событий $A_1, A_2, ..., A_n$ вводится как событие, состоящее в наступлении (в результате проводимого опыта) хотя бы одного из указанных событий.

Произведение $B = A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n$ конечного количества событий определяется как событие, состоящее в совместном появлении (в результате опыта) событий $A_1, A_2, ..., A_n$.

В частности, операция сложения двух событий $A + B$ имеет словесный аналог «*хотя бы одно из А и В*» («*или А*, *или В*, *или и А*, *и В*»), а операция умножения двух событий имеет словесный аналог «*и А*, *и В*»; «*не А*» служит словесным аналогом операции перехода к событию $\overline{A}$, которое противоположно *А*. Такая *вербальная характеристика событий* позволяет выражать «составные» события через простейшие.

2**.** Следующий шаг – *понятия, характеризующие «взаимоотношения» событий.* Речь идет, прежде всего, о попарной несовместности (A_1 и A_2 несовместны, если $A_1 \cdot A_2 = \varnothing$) и полноте группы событий (группа событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$ полна, если $A_1 + A_2 + \ldots + A_n = U$, то есть в результате опыта наступает хотя бы одно из них).

Считаем необходимым рассмотрение простейших упражнений на действия над событиями; такие упражнения способствуют развитию логического мышления обучающихся. Представим некоторые из них.

Упражнение 1. Событие *А* – учащийся 9 класса сдаст ОГЭ по математике на оценку не более, чем «4». Каким будет событие, противоположное *А* (объяснить, почему).

Упражнение 2. Друзья Игорь и Олег собираются участвовать в олимпиаде по математике. Событие *А* – Игорь войдет в тройку призеров, *В* – Олег войдет в число призеров.

а) Совместны или не совместны события *А* и *В*?

б) Образуют ли они полную группу?

в) В чем состоят события $AB, \overline{A}B, A+B$?

г) Выразить через *А* и *В* следующее событие: только один из друзей войдет в троку призеров.

3. Центральным и образующим *основные связи* в содержании стохастического материала является понятие вероятности. Речь идет о *количественном выражении* (*численной мере*) *Р*(*А*) *степени объективной возможности наступления того или иного случайного события А.*

В начальной школе нахождению классической вероятности предшествуют понятия «вполне вероятно», «маловероятно» «более (менее) вероятно», употребляемые на интуитивном уровне. Например, «вполне вероятно, что учащийся, уверенно владеющий правилами русского языка, напишет диктант на отличную оценку». Или: «более вероятно, что наугад выбранное натуральное двузначное число будет четным, нежели оно будет кратным семи».

Следующий шаг – переход к понятию классической вероятности случайного события, которое, с нашей точки зрения, может быть введено как *доля благоприятных* (для наступления *A*) *исходов опыта в общем количестве равновозможных исходов* опыта. Нахождение этой доли может быть осуществлено в виде правильной дроби, а также в процентной форме.

В качестве примера, устанавливающего связи между понятиями доли, процентов и вероятности, приведем следующее задание.

В таксопарке 200 легковых автомобилей, среди которых 40 иномарок. Какова доля иномарок в таксопарке? Изобразите долю иномарок в виде круговой диаграммы. Каков процент иномарок в таксопарке? Какова вероятность, что на вызов такси приедет случайно оказавшаяся поблизости иномарка?

По нашему мнению, рассмотрение в основной школе конкретных моделей вероятности следует предварить шкалой для вычислений вероятности

$$P(U) = 1, \quad P(\varnothing) = 0, \quad P(A) \in [0,1], \tag{1}$$

где A – любое случайное событие.

Вероятность в учебных задачах представлена тремя следующими моделями:

– классическая;

– относительная частота события (статистическая);

– геометрическая.

Комбинаторные формулы (в контексте стохастического материала) выступают как *средства подсчета количества всевозможных выборок* (количество элементарных исходов опыта), характеризуемых определенным образом.

При этом выборки-размещения различаются как самими элементами, так и их порядком; выборки-сочетания разнятся только самими элементами (порядок их следования несущественен), выборки перестановки из m элементов друг от друга могут отличаться лишь порядком следования элементов. Именно такие признаки обычно используются для распознавания вида выборок в теории вероятностей.

Приведем примеры комбинаторных задач *именно в контексте выборок.*

Задача 1. а) Какое максимальное число шестизначных телефонных номеров может быть в городской телефонной сети?

б) Какое максимальное число таких номеров может начинаться с цифры 5?

Задача 2. На заседании Думы из 6 возможных кандидатов выбирают комитет из 3-х человек. Сколько существует способов формирования этого комитета?

В первом задании может быть использован комбинаторный принцип умножения (так, в п. б) имеем число номеров 10^5), во втором – выборки различаются лишь составом их элементов так, что их число есть число сочетаний $C_6^3 = 20$.

4. *Классическая вероятность.* Это понятие вводится применительно к так называемому пространству Ω *элементарных исходов опыта*, то есть множеству *n простейших исходов,* которые:

а) *попарно несовместны*;

б) *образуют полную группу*;

в) *равновозможны* (объективно ни один из исходов не является более возможным, чем любой другой).

Если количество всех элементарных исходов $\nu(\Omega) = n$, причем m из них *благоприятствует* изучаемому событию A (то есть в результате наступления каждого из этих исходов наступает и событие A), то *классическая вероятность* события A вводится в виде

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

При вычислении классической вероятности следует, таким образом, последовательно *провести качественный анализ ситуации* (наличие пространства элементарных исходов) и *количественный анализ* (подсчет n и m).

Пример. В плэй-листе закачано 20 треков, среди которых 5 композиций на русском языке. Звукооператор случайным образом выбирает трек для радиотрансляции. Какова вероятность выбора трека на русском языке?

При решении данной задачи необходимо убедиться в применимости классической модели, то есть провести качественный анализ. Условие *случайного* выбора только одного трека обеспечивает наличие пространства элементарных исходов (попарная несовместность, полнота группы и равновозможность исходов). Далее следует этап количественного анализа: если A – событие выбора русскоязычного трека, то $n = 20$, $m = 5$, $P(A) = 0{,}25$.

Очевидны постулированные выше свойства; при этом следует произвести следующее уточнение: $0 < P(A) < 1$ для всякого *случайного события* A. Действительно, здесь $0 < m_A < n$, поэтому указанная двухсторонняя оценка вероятности события имеет место.

5. *Относительная частота события A*, наступившего в результате проведения n опытов m раз, вводится в виде

$$W(A) = \frac{m}{n}.$$

Данное понятие целесообразно ввести в начальной школе; дальнейшее его развитие происходит в основной школе. Полезно, чтобы учащиеся эмпирически обнаружили (например, на опытах с монеткой или игральным кубиком) *свойство устойчивости* относительной частоты: с ростом количества однотипных опытов она колеблется относительно некоторого числа p, *которое и принимается за статистическую вероятность* события A.

Свойством устойчивости объясняется интерес к обработке эмпирических распределений (к анализу вариационных рядов), когда исследуемый количественный признак X генеральной совокупности представлен случайной выборкой из n элементов, которую ранжируют и группируют. Относительные частоты значений (вариант) дают при этом первичное представление о вероятностях этих значений.

6. *Геометрическая вероятность* – понятие, позволяющее численно прогнозировать событие в опыте с бесконечным (несчетным) набором исходов. Данное понятие может быть смоделировано следующим образом: в некоторую ограниченную область E бросается точка, причем попадания ее в любые части, имеющие одинаковую меру, считаются равновозможными. Если событие A – ее попадание в область $A \subset E$ и $S(A)$, $S(E) \neq 0$ – соответственно меры A и E, то геометрическая вероятность события A вводится в виде

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(E)}.$$

Понятие геометрической вероятности открывает широкие возможности использования внутрипредметной связи стохастики с геометрией.

Пример. Лесной массив можно считать прямоугольным треугольником с катетами 3 и 4 км. Очаг возгорания имеет форму круга радиуса 0,5 км. Пожаротушение проводится сбросом воды с вертолета. Какова вероятность, что при нулевой видимости (задымление) сброс будет проведен в точности в очаг возгорания?

Задачный материал

1. *Вероятность суммы и произведения событий.* Основная вероятностная схема, изучаемая в основной школе, – схема составных событий; в нашей терминологии – «аддитивно-мультипликативная схема». В ее рамках изучаются классические вероятности:

1) суммы несовместных событий

$$P(A+B) = P(A) + P(B);$$

2) взаимно противоположных событий A и $\overline{A}$

$$P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A);$$

3) произведения зависимых событий

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B),$$

где $P_A(B)$ есть вероятность события B, вычисленная при условии, что A произошло (так называемая *условная вероятность*);

4) произведения независимых событий (вероятности событий A и B постоянны в условиях данного опыта)

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B);$$

5) суммы двух совместных событий

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB);$$

6) суммы n совместных событий

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot ... \cdot \overline{A_n}).$$

Рассматривая данную вероятностную схему, следует предостеречь учащихся от типично (и принципиально!) неверных формулировок типа: «вероятность суммы равна сумме вероятностей; вероятность произведения равна произведению вероятностей».

2. *Типовые задачи*. В качестве одного из технологических приемов может быть предложен пошаговый алгоритм решения задач на нахождение вероятности составного события [4], который мы демонстрируем на следующем примере.

Пример. На мониторе 2 плэй-листа, в которых закачано по 20 треков, среди которых только на одном из них 5 композиций на русском языке. Звукооператор случайным образом выбирает плей-лист, затем на нем трек для радиотрансляции. Какова вероятность выбора трека на русском языке?

Шаг 1 (введение в рассмотрение изучаемого события). Требуется определить вероятность события *A* – выбора композиции на русском языке.

Шаг 2 («разложение» составного события). A – событие равносильное выбору, во-первых, листа с 5-ю русскими треками (событие *B*) и, во-вторых, выбору на нем трека на русском языке (событие *C*). Событие *A* есть, таким образом, наступление *B* и *C*, то есть *A* = *BC*.

Шаг 3. Выбор инструмента нахождения вероятности. Применяем соответствующую формулу

$$P(BC)=P(B)P_B(C).$$

Шаг 4. Подстановка данных. Вычисление. Имеем *P*(*B*) = 0,5. Далее $P_B(C)$ – вероятность выбора на этом листе русскоязычного трека: $P_B(C)=5/20$. Следовательно,

$$P(A)=0{,}5\cdot 0{,}25=0{,}125 .$$

Возможности использования стохастических знаний и умений при принятии решений продемонстрируем на следующих примерах.

Пример 1. Что вероятнее: выиграть 2 из 4-х шахматных партий у равносильного противника или 3 из 6?

Сравнение найденных вероятностей $\left(\frac{6}{16} \text{ и } \frac{5}{16}\right)$ показывает, что слабую свою подготовку к турниру игроку легче скрыть при меньшем числе сыгранных партий.

Пример 2. В денежной лотерее 1 % выигрышных билетов, в вещевой – 5 %, в денежно-вещевой – 3 %. Стоимость билетов в каждой лотерее – одна и та же. Что выгоднее для желающего получить хотя бы один выигрыш – купить по одному билету денежной и вещевой лотерей, или два билета денежно-вещевой лотереи?

Сравнение результатов (0,5995 и 0,5991) показывает, что в данных лотереях первый вариант – предпочтительнее.

3. *Теоретические упражнения* («мини-теоремы») – эффективный технологический прием организации исследовательской деятельности учащихся.

Упражнение 1. Доказать, что относительная частота события обладает свойствами:

$$w(E)=1 ; \quad w(\varnothing)=0; \quad 0<w(A)<1 .$$

Упражнение 2. Если геометрическая вероятность $P(A)=1$, то означает ли это, что A – достоверно? Если $P(A)=0$, то обязательно ли A – невозможное событие?

Упражнение 3. Доказать равенство $C_m^k = C_m^{m-k}$.

Упражнение 4. Доказать, что для любых двух событий A и B имеет место неравенство

$$P(A+B) \le P(A)+P(B).$$

Упражнение 5. Доказать, что выборочная средняя $x_{\text{в}}$ принимает значения

$$x_{\text{в}} \in [x_{\min}, x_{\max}],$$

где $x_{\min}$ и $x_{\max}$ – соответственно наименьшее и наибольшее значения варианта x_k, $k=1, 2, ..., n$.

Выводы

Предложенные технологические приемы введения и анализа понятий и фактов стохастики, а также виды заданий способствуют:

а) осознанию учащимися важности стохастических знаний и умений в практической деятельности, выборе оптимальных решений;

б) развитию логических умений;

в) реализации внутрипредметных (внутриматематических) связей.

Список литературы

1. Концепция развития Российского математического образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.math.ru/conc/vers/conc-3003.htm (дата обращения: 01.06.2017).

2. Федеральные Государственные Образовательные Стандарты [Электронный ресурс]. – Режим доступа : Минобрнауки.рф/документы/336 (дата обращения: 01.06.2017).

3. Терехова, Л. А. Элементы стохастики как средство усиления внутрипредметных связей школьного курса математики / Л. А. Терехова // Вестн. Тамбовского ун-та. Серия: Гуманитарные науки. – 2008. – № 5. – С. 347 – 350.

4. Нахман, А. Д. Технологические приемы решения вероятностных задач [Электронный ресурс] / А. Д. Нахман // Современные проблемы науки и образования: электронный научный журнал. – 2013. – № 3. Режим доступа : http://science-education.ru/ru/article/view?id=9613 (дата обращения: 24.12.2017)

5. Щербатых, С. В. Научно-методические особенности реализации прикладной направленности обучения стохастике в профильных классах общеобразовательной школы : монография / С. В. Щербатых. – Елец : Елецкий гос. ун-т им. И. А. Бунина, 2008. – 201 с.

6. Китаева, И. В. Критерии и уровни сформированности стохастической компетенции учащихся при изучении математики в основной школе/И. В. Китаева, С. В. Щербатых // Вектор науки Тольяттинского гос. ун-та. – 2013. – № 3. – С. 110 – 112.

References

1. www.math.ru/conc/vers/conc-3003.htm (accessed 01 June 2017).

2. Minobrnauki.rf/dokumenty/336 (accessed 01 June 2017).

3. Terehova L.A. [Elements of stochastics as a means of strengthening the intrasubject connections of the school course of mathematics], *Vestnik Tambovskogo universiteta. Serija: Gumanitarnye nauki* [Bulletin of Tambov University. Series: The Humanities], 2008, no. 5, pp. 347-350. (In Russ.).

4. http://science-education.ru/ru/article/view?id=9613 (accessed 24 December 2017).

5. Scherbatyh S.V. *Nauchno-metodicheskie osobennosti realizatsii prikladnoj napravlennosti obuche-nija stohastike v profil'nyh klassah obscheobrazovatel'noj shkoly: monografija* [Scientific and methodological features of realization of the applied orientation of learning stochastics in the profile classes of the general education school: monograph], Elets: Eletskij gos. un-t im. I. A. Bunina, 2008, 201 p. (In Russ.).

6. Kitaeva I.V. [Criteria and levels of the formation of the stochastic competence of students in the study of mathematics in the main school], *Vektor nauki Tol'jattinskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vector science Togliatti state. university], 2013, no. 3, pp. 110-112. (In Russ.).

The Stochastic Component of Pre-University Mathematical Training

A. D. Nakhman, Yu. V. Rodionov, V. V. Vasiliev

Tambov State Technical University, Tambov, Russia

Keywords: stochastic line; content component; levels of education; technological methods.

Abstract: The necessity of developing the content and technological components of the stochastics training system at the pre-university stage of mathematical training is substantiated. The contradictions that give rise to the problem of studying the scientific and methodological foundations of stochastic preparation are revealed. It is noted that the system of initial probabilistic-statistical knowledge and skills serves as a preliminary study for mastering the corresponding content block in the university course of mathematics. The distribution of probabilistic-statistical material according to the levels of education is proposed: elementary school, middle school, high school. The correlation between the indicated levels and tools of cognition of the stochastic facts is established (elementary school - visibility and intuition, middle school – logic and combinatorial principles, high school - logical and analytical tools). It is argued that the notion of probability should be preceded by the classification of events and the definitions of actions on them, and also that the primary idea of the probability of an event should be specified at each stage of pre-university training. Some technological methods for the introduction of probability-statistical concepts and facts are considered. In particular, step-by-step algorithms for determining of operations on events and calculating the classical probability of combined events are proposed. The main points of the study are illustrated by means of the original materialls for assignments.
