УДК 372.851
DOI: 10.17277/voprosy.2018.02.pp.155-162

# ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА» ДЛЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

**М. Ю. Карлова, Т. П. Фомина**

*ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет им. П. П. Семенова-Тян-Шанского», г. Липецк, Россия*

*Рецензент д-р пед. наук, профессор Е. А. Ракитина*

**Ключевые слова:** алгоритм; профессиональная компетентность; теория вероятностей; учитель математики.

**Аннотация:** Вопрос о том, как преподавать математику, по-прежнему является актуальным и исследуется учеными и практиками непрерывно. В настоящее время, в связи с введением в школьный стандарт математического образования элементов теории вероятностей и математической статистики, остро встают проблемы методической готовности учителей к успешной реализации этой линии. Предложены подходы, повышающие мотивацию изучения теории вероятностей и математической статистики, способствующие лучшему пониманию, усвоению материала и формированию профессиональной компетентности будущих учителей математики.

Современная школа предъявляет определенные требования к подготовке учителя математики. Сегодня ситуация в профессиональной деятельности учителя требует качественных изменений в содержании предметной и методической подготовки будущего специалиста в педагогическом вузе. Вузовская подготовка играет ведущую роль в профессиональном становлении учителя математики. Именно в вузе формируются его

Карлова Маргарита Юрьевна – кандидат экономических наук, доцент кафедры математики и физики, e-mail: m.karlova79@gmail.com; Фомина Татьяна Петровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и физики, ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет им. П. П. Семенова-Тян-Шанского», г. Липецк, Россия.

профессиональные знания и первоначальные умения. Однако, как было отмечено в [1, 2], этот процесс сопряжен с рядом проблем, в частности, с проблемами мотивации изучения математики и усвоения математических знаний студентами. Рассмотрим решение данных проблем на примере курса «Теория вероятностей и математическая статистика».

С 2003 года элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики стали обязательным компонентом школьного математического образования, усиливающим его прикладное и практическое значение. Стохастическая линия относится к числу разделов, которые вызывают затруднения как у учащихся, так и учителей. Именно стохастическая линия, изучение которой невозможно без опоры на наблюдаемые процессы в окружающем мире, реальный жизненный опыт ребенка, способна развивать интерес к математике, раскрыть ее значимость и универсальность, усиливает прикладную направленность курса математики. А это все требует качественной подготовки учителя.

На сегодняшний день не все учителя свободно решают вероятностные задачи, предлагаемые в рамках ОГЭ и ЕГЭ, на том же уровне, что и задачи по алгебре. В качестве основных причин, по которым учителя считают себя недостаточно подготовленными к тому, чтобы преподавать элементы теории вероятностей и статистики в школе (определены по результатам опроса учителей математики – слушателей курсов повышения квалификации, проводимых кафедрой математики и физики), выделим следующие:

– построение преподавания в вузе без обращения к школьной программе;

– отсутствие мотивации при обучении в вузе (недостаточно информации о формировании науки и отдельных ее понятий, движущих силах ее развития, месте данной науки в современной практике и целях ее изучения в педагогическом вузе);

– необычность материала дисциплины;

– недостаточное количество аудиторных занятий (увеличение доли самостоятельной работы);

– несерьезность отношения студентов к предмету во время его изучения.

Теория вероятностей и математическая статистика представляет собой интересную и своеобразную область математики. Материал дисциплины необходим, прежде всего, для формирования функциональной грамотности – умений воспринимать и анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, проводить простейшие вероятностные расчеты. Поэтому цель изучения дисциплины – не только усвоение знаний, но и овладение способами этого усвоения, развитие творческого потенциала, актуализация мотивационных ресурсов обучаемых. Как отмечает Г. И. Саранцев, «результаты, которых достигает человек в своей жизни, на 20 – 30 % зависят от его интеллекта, а на 70 – 80 % – от мотивов» [7, с. 21].

Исходя из образовательной практики, можно отметить характерный освоению студентами курса ряд особенностей:

– объем материала по вероятностным разделам, необходимый для изучения, достаточно велик, кроме того, согласно подходам, которые излагаются в большинстве методической литературы, считается, что главным при изучении курса должен стать практический опыт учащихся, помогающий найти решение поставленной проблемы на фоне реальной ситуации, в то время как объем занятий, предусмотренный учебным планом вуза, ограничен;

– наличие в дисциплине абстрактно-логических, вероятностных (неоднозначных) утверждений, необходимость перевода содержания задачи (для ее решения) на язык вероятностных моделей и т.д.;

– ежегодное снижение уровня школьной математической подготовки (современные абитуриенты, приходящие в вуз, практически не умеют логически мыслить, рассуждать, анализировать, не имеют навыков систематической самостоятельной работы).

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» занимает особое положение среди математических дисциплин, изучаемых в высших учебных заведениях, и является не только основополагающей компонентой в подготовке специалиста, но и важной теоретической и практической базой профессиональной подготовки компетентного специалиста.

В связи с этим в процессе изучения курса теории вероятностей и математической статистики необходимы, прежде всего, связь с профессиональными задачами как основа повышения мотивации обучения, а также системность и преемственность в формировании междисциплинарных связей. Студентам института естественных, математических и технических наук Липецкого государственного педагогического университета данный курс читается в рамках бакалавриата. В его содержание включены следующие разделы: основные понятия и теоремы; случайные величины; закон больших чисел; математическая статистика и обработка результатов эксперимента. Изучение материала дисциплины сопровождается рассмотрением разнообразных игровых и жизненно интересных примеров с непредсказуемым однозначным результатом. Случайные события, случайные величины, «неуловимость» их поведения, необычность объектов изучения, некоторые трудности психологического характера делают дисциплину непростой для изучения.

Различные аспекты усиления профессиональной направленности курса раскрыты в работах ряда ученых-математиков и методистов. Так вопросы профессиональной направленности обучения дисциплины для будущих учителей математики исследованы В. В. Афанасьевым, В. Д. Селютиным, Л. А. Тереховой, С. В. Щербатых и др.

Рассмотрим подходы, используемые при обучении теории вероятностей и математической статистики, которые, по нашему мнению, помогают студентам педагогических специальностей лучше разобраться и усвоить материал, оказывают положительный эффект при формировании их профессиональной компетентности.

Традиционная трудность математических дисциплин – анализ текста условия и, как следствие, формирование умения решать сюжетные задачи (в теории вероятностей все задачи сюжетные). Помимо «классических» задач: бросание кубиков, монет, вытягивание наугад разноцветных шаров, существует огромное число прочих сюжетов. Решая «новую» задачу, студентам бывает сложно понять, что это «старая», уже решенная, но в «новой упаковке», не говоря уже о школьнике. Студенты, которые имеют слабую математическую подготовку и плохо развитое логическое мышление, не видят аналогию даже в задачах на вытаскивание из урны разноцветных шаров или кубиков. В связи с этим, перед преподавателем возникает довольно сложная задача адаптации и мотивации обучаемых к изучению предмета.

Одним из путей преодоления этих трудностей является использование алгоритмического подхода к решению вероятностных задач. Алгоритмы можно давать студентам в виде схем, таблиц, последовательности действий. Приведем примеры алгоритмов, которые помогают структурировать рассуждения, выстраивать логическую цепочку из данных рассуждений.

*Общая схема решения задач на вычисление классической вероятности*:

1. Выяснить, в чем заключается испытание, и убедиться, что число возможных элементарных событий конечно.
2. Установить, что они равновозможные либо равновозможность можно принять как приемлемое допущение.
3. Найти общее число элементарных событий $n$.
4. Четко определить событие $A$, вероятность которого нужно найти.
5. Правильно подсчитать число событий $m$, благоприятствующих событию $A$.
6. Вычислить вероятность по классической формуле $P(A) = m/n$.

*Общая схема решения задач на вычисление вероятности с использованием теорем сложения и умножения*:

1. Сформулировать событие, вероятность которого требуется найти.
2. Выделить элементарные события, через которые можно выразить искомое событие с помощью возможных операций над событиями, и найти их вероятности.
3. Выразить искомое событие через элементарные события с помощью операций сложения, умножения и противоположного события.
4. Выяснить, являются ли составные события зависимыми, независимыми, совместными или несовместными.
5. Применить теоремы сложения и умножения для нахождения вероятности искомого события.

Следствием теорем сложения и умножения являются *формулы полной вероятности и Байеса*. Для этих формул можно предложить студентам следующий алгоритм:

1. Сформулировать событие $A$, вероятность которого требуется найти в задаче (или, для формулы Байеса, то событие, которое произошло в результате опыта).
2. Описать гипотезы $H_1, H_2, ..., H_n$, в результате которых становится возможным наступление события $A$, и найти их вероятности $P(H_1), P(H_1), ..., P(H_n)$.
3. Выяснить, составляют ли гипотезы по условию задачи полную группу, и, в случае положительного ответа, сделать проверку условия $P(H_1) + P(H_1) + ... + P(H_n) = 1$.
4. Найти условные вероятности $P(A/H_i)$.

5. Записать формулу полной вероятности для данной задачи

$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)\,P(A/H_i)$, и подставить в нее найденные значения.

Для формулы Байеса добавляется еще один пункт.

6. Вычислить вероятность искомой гипотезы по формуле Байеса

$P(H_i/A)=\dfrac{P(H_i)\ P(A/H_i)}{P(A)}$.

Для задач, в которых рассматривается *серия независимых испытаний*, алгоритм выглядит следующим образом:

1. Сформулировать событие $A$, вероятность которого требуется найти.
2. Выяснить, что понимается под единичным испытанием, и определить общее число испытаний $n$.
3. Проверить, являются ли испытания независимыми.
4. Разбить исход одного испытания на две группы: «успех» и «неуспех», найти их вероятности, соответственно $p$ и $q$, убедиться, что $p$ и $q$ постоянны в данной серии испытаний.
5. Выразить вероятность события $A$ через вероятность $m$ успехов в $n$ испытаниях $P(A)=P_n(m)$.
6. Для выбора конечной формулы проверить условия:

1) если $n\le 10$, то применяем формулу Бернулли: $P_n(m)=C_n^m p^m q^{n-m}$;

2) если $n$ велико и $np>10$ (либо $npq\ge 20$, в этом случае незначительная погрешность), то применяем формулу Муавра–Лапласа

$$P_n(m)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x),\ x=\frac{m-np}{\sqrt{npq}};$$

3) если $n$ велико и $np\le 10$, то применяем формулу Пуассона

$$P_n(m)\approx\frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!},\ \lambda=np.$$

Предлагаем алгоритмы и при изучении случайных величин, проверке гипотез, построении оценок параметров распределения и других тем дисциплины. Исходя из собственной практики, заключаем, что использование алгоритмического подхода при обучении студентов повышает интерес к предмету (это выражается в увеличении числа студентов, выступающих с докладами в группе и на различных конференциях: в 2016 г. на итоговой научно-практической конференции университета с докладами выступили 12 студентов, в 2017 г. – 18 студентов; а самое главное, результаты сдачи экзамена были выше).

Наряду с алгоритмическим подходом для развития у студентов интереса к предмету и повышения мотивации их к обучению используем такой прием, как составление и решение ситуационных практико-ориентированных задач на основе реальных региональных статистических данных и профессионально значимых задач [3 – 6, 8], например:

1. На территории Липецка в 2016 г. проживало 510 020 человек, среди них детское население – 211 260 [4]. Найдите вероятность того, что наугад взятый липчанин окажется ребенком (*классическая вероятностная модель*).

2. Трое учащихся на экзамене независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятности ее решения этими учащимися равны, соответственно 0,9; 0,75 и 0,6. Найдите вероятность того, что хотя бы один учащийся решит задачу (*теоремы сложения и умножения для независимых событий*).

3. Группа студентов четвертого курса института «Естественных, математических и технических наук» ЛГПУ из 23 человек распределяется по трем школам города Липецка для прохождения педагогической практики. В школу № 44 направляется 5 человек, № 61 – 8 человек, № 24 – 10 человек. Шансы студентов после прохождения практики получить работу в данной школе соответственно равны 23, 28, 31 %. Найдите вероятность того, что студенту после прохождения практики предложат работу в школе (*формула полной вероятности*).

4. Население Липецка в 2014 г. составляло 509 719 человек, из которых 180 900 человек посещали театры города, 303 600 человек – концертные организации. Найдите вероятность того, что случайно выбранные 10 жителей Липецка посетили театр и концертные организации в 2014 г. [4] (*локальная теорема Муавра–Лапласа*).

5. Среднее содержание сульфатов в липецкой минеральной воде составляет 1450 мг/л, среднее квадратичное отклонение – 250 мг/л. Считая содержание сульфатов распределенным нормально, найдите вероятность того, что содержание сульфатов в двух случайно выбранных бутылках минеральной воды окажется не менее 1550 мг/л [3] (*случайная величина*).

Будущий учитель математики должен не только уметь решать трудные сюжетные задачи раздела теории вероятностей и математической статистики, но и научить своих учеников это делать: «перевести» решение на понятный язык, сделать мысль доступной пониманию многих, «разложить все по полочкам». Кроме того, хороший учитель всегда старается направить мысль ученика на поиск решения, а видя неверный ответ, найти ошибку в рассуждениях. Чтобы стать хорошим учителем, необходимо в процессе своего обучения в вузе добросовестно посещать занятия и разбираться в материале, приучаться к самостоятельной работе.

Опыт показывает, что использование различных форм и методов обучения при изучении курса «Теория вероятностей и математическая статистика» способствует развитию мышления и повышению математической грамотности студентов. Приобретенные навыки студенты могут использовать в своей будущей профессиональной деятельности.

*Список литературы*

1. Воробьев, Г. А. Современные проблемы анализа и оптимизации межпредметных связей математических дисциплин / Г. А. Воробьев, Т. П. Фомина // «Липецкий опыт» и педагогика XXI века : сб. науч. трудов Всерос. науч.-практ. конф.,

посвященной 100-летию со дня рождения К. А. Москаленко / Под ред. Н. В. Фединой. Липецк, 31 октября 2017 г. – Липецк, 2017. – С. 144 – 147.

2. Кокорина, И. В. Задача усиления профессиональной направленности обучения теории вероятностей и математической статистике в вузе. История и современность / И. В. Кокорина // Мир науки, культуры, образования. – 2014. – № 6 (49). – С. 82 – 84.

3. Кузнецова, Е. В. Основы теории вероятностей и математической статистики / Е. В. Кузнецова, Т. П. Фомина. – Липецк : Изд-во ЛГТУ, 2009. – 180 с.

4. Липецкстат [Электронный ресурс]. – Режим доступа : lipstat.gks.ru/ (дата обращения: 02.11.2017).

5. Лебедев, А. В. Задачи по теории вероятностей с решениями. Механико-математический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, 2010 [Электронный ресурс] / А. В. Лебедев. – Режим доступа : new.math.msu.su/department/probab/teorver/ztv-resh-2010.doc (дата обращения: 29.10.2017).

6. Попов, В. А. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. А. Попов, М. Х. Бренерман. – Казань : Изд-во КГУ, 2008. – 119 с.

7. Саранцев, Г. И. Формирование познавательной самостоятельности студентов педвузов в процессе изучения математических дисциплин и методики преподавания математики / Г. И. Саранцев. – Саранск : Изд-во Мордов. гос. пед. ин-та, 1998. – 160 с.

8. Статистика ДТП [Электронный ресурс]. – Режим доступа: ttp://www.vashamashina.ru/statistics_traffic_accident.html (дата обращения: 02.11.2017).

*References*

1. Vorobiev G.A., Fomina T.P. *«Lipeckij opyt» i pedagogika XXI veka : sb. nauch. trudov Vseros. nauch.-prakt. konf., posvyashchennoj 100-letiyu so dnya rozhdeniya K.A. Moskalenko* ["Lipetsk experience" and pedagogy of the XXI century: a collection of scientific papers of the All-Russian scientific and practical conference dedicated to the 100th anniversary of the birth of K.A. Moskalenko, Lipetsk, October 31, 2017, Lipetsk, 2017, pp. 144-147. (In Russ.)

2. Kokorina I.V. [The task of strengthening the professional orientation of learning the theory of probability and mathematical statistics in the university. History and modernity], *Mir nauki, kul'tury, obrazovaniya* [The world of science, culture, education], 2014, no. 6 (49), pp. 82-84. (In Russ.)

3. Kuznetsova E.V., Fomina T.P. *Osnovy teorii veroyatnostej i matematicheskoj statistiki* [Fundamentals of probability theory and mathematical statistics], Lipetsk: Publishing House of the LSTU, 2009, 180 p. (In Russ.)

4. lipstat.gks.ru/ (accessed 02 November 2017).

5. new.math.msu.su/department/probab/teorver/ztv-resh-2010.doc (accessed 29 October 2017)

6. Popov V.A., Brenerman M.H. *Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnostej i matematicheskoj statistike* [A Guide to Solving Problems in Probability Theory and Mathematical Statistics], Kazan: The Publishing House of KSU, 2008, 119 p. (In Russ.)

7. Sarantsev G.I. *Formirovanie poznavatel'noj samostoyatel'nosti studentov pedvuzov v processe izucheniya matematicheskih disciplin i metodiki prepodavaniya matematiki* [Formation of cognitive independence of students of higher pedagogical universities in the process of studying mathematical disciplines and methods of teaching mathematics], Saransk: Mordov. state. Pedagogical Institute, 1998, 160 p. (In Russ.)

8. http://www.vashamashina.ru/statistics_traffic_accident.html (accessed 02 November 2017).

**Teaching the Theory of Probability and Mathematical Statistics Course to Future Teachers of Mathematics**

**M. Yu. Karlova, T. P. Fomina**

*P.P. Semenov-Tyan-Shansky Lipetsk State Teacher's Training University, Lipetsk, Russia*

**Keywords:** mathematics teacher; probability theory; algorithm; professional competence.

**Abstract.** The question of how to teach mathematics is still relevant and is being studied continuously by scientists and practitioners. At present, in connection with the introduction of the elements of probability theory and mathematical statistics into the school standard of mathematical education, the problems of the teachers' methodological readiness for the successful implementation of this approach are acute. The article discusses methods of raising students' motivation for studying probability theory and mathematical statistics, contributing to better understanding, acquisition of learning materials and formation of professional competence of future mathematics teachers.