УДК 372.851
DOI: 10.17277/voprosy.2017.03.pp.183-192

ИННОВАЦИОННЫЕ СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ЛИНИИ КУРСА МАТЕМАТИКИ

Ю. В. Родионов, О. А. Гливенкова, А. Д. Нахман

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов, Россия

Рецензент д-р экон. наук, профессор Г. М. Куликов

Ключевые слова: инновации; содержательные линии; стохастическое моделирование.

Аннотация: Проанализированы этапы становления инноваций в образовательной деятельности. Выделены инновационные элементы в составе традиционных линий курса математики. Введено понятие стохастической содержательно-методической линии и исследованы ее интегративные свойства. Методы стохастики интерпретированы как средства моделирования недетерминированных систем.

Основные положения теории образовательных инноваций. Важнейшим механизмом решения приоритетных задач модернизации образования является инновационная деятельность. Однако сами понятия «инновация» и «инновационная деятельность» находятся в стадии становления. Различные авторы выделяют те черты, присущие нововведениям, которые наиболее характерны для решаемых ими задач.

Пониманию инноваций близки концепции нескольких авторов. Так, А. В. Хуторской [1] рассматривает всякую образовательную инновацию в контексте процесса создания, внедрения и освоения соответствующего новшества. Автор выдвигает в связи с этим ряд теоретико-методологических проблем: соотношение традиций и инноваций, содержание и этапы инновационного цикла, отношение к инновациям разных субъектов образования, управление инновациями, подготовку кадров, основания для критериев оценки нового в образовании и др. Приведенный взгляд на инновации в определенной степени дополняет точка зрения В. П. Ващенко, который утверждает, что нововведение еще не есть инновация, а деятельность

Родионов Юрий Викторович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Техническая механика и детали машин»; Гливенкова Ольга Анатольевна – кандидат филологических наук, доцент кафедры «Иностранных языков»; Нахман Александр Давидович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», e-mail: alextmb@mail.ru, ТамбГТУ, г. Тамбов, Россия.

в любой сфере может быть «…инновационной, если в нее привносится новое (знания, технологии, приемы, подходы) исключительно для получения результата, отличающегося высокой востребованностью. В отличие от научного поиска (творчества), идущего изнутри субъекта, инновационный поиск мотивируется внешней средой, а наука при этом является стратегическим ресурсом и инструментом инноваций» [2].

В работе [3] концептуальной схемой, выбираемой в качестве базы для осуществления нововведений в системе образования, провозглашена формула «традиции – инновации – институции». В применении к образовательной деятельности интерпретация данной формулы может быть следующей:

1) новые идеи и методы «не укладываются» в рамки устоявшихся традиций; в то же время должна осуществиться преемственная связь новшества с лучшими традициями прошлого;

2) происходит привнесение в «образовательное пространство» вполне определенной социальной практики, существенных изменений в сравнении с имеющейся традицией;

3) инновационный опыт становится доступным другим субъектам образовательной деятельности, что предполагает его фиксацию и наличие механизмов трансляции;

4) происходит институционализация нововведений, то есть их организационно-управленческое оформление и последующее нормативное закрепление в изменяющейся практике;

5) следствием системно-целостного характера инновационной деятельности является развитие системы образования (определенных ее подсистем);

6) освоенная инновация со временем перерастает в традицию.

Этапы становления инновации, таким образом, могут быть формализованы в виде матрицы, представленной в табл. 1.

Матрица становления инновации. Инновационный процесс в самом общем его понимании теперь есть динамика вида:

$$(1,0,0,0,0,0) \to (1,1,0,0,0,0) \to (1,1,1,0,0,0) \to (1,1,1,1,0,0) \to$$
$$\to (1,1,1,1,1,0) \to (1,1,1,1,1,1).$$

Содержательные линии курса математики. Одним из основных направлений инновационной политики в области образования является обновление его содержания. Содержание образования называют *инновационным*, если оно:

– актуально, востребовано, соответствует современным целям образования;

– обладает определенной новизной, интегрирует формально-знаниевый и личностно-деятельностный подходы;

– практически реализуемо и способно повышать эффективность деятельности субъектов образования.

В математике, как и в каждой учебной дисциплине, присутствуют фундаментальные понятия, вокруг которых группируется некоторое содержание (другие понятия, связанные с базовым, суждения и действия,

Таблица 1

Матрица этапов становления инновации

Этапы	Социальный заказ	Новая идея, инициатива	Проектирование инновации	Инновация в стадии внедрения и апробации	Диффузия (распространение) новшества	Институциональное закрепление инновации
Возникновение противоречия с традициями	1	0	0	0	0	0
Зарождение инновации	1	1	0	0	0	0
Формирование инновационной политики по данному направлению	1	1	1	0	0	0
Экспериментальная деятельность по освоению новшества	1	1	1	1	0	0
Внедрение новшества	1	1	1	1	1	0
Состоявшаяся инновация	1	1	1	1	1	1

необходимые для их усвоения и т.д.). Соответствующий блок содержания представляет собой некое целостное образование с многочисленными внутренними связями, использованием специальных методов и определяет специфику методики изучения материала. В подобных случаях об указанном целостном образовании говорят как об определенной содержательно-методической линии в программе изучения данной дисциплины. В контексте инновационного содержания соответствующую *содержательно-методическую линию будем называть инновационной.*

С учетом вышесформулированного тезиса о зарождении инновации в рамках традиции, «формула» возникновения инновационной содержательно-методической линии может быть следующей:

Инновационная содержательно-методическая линия =
= Традиционная линия + Инновационные элементы.

Речь идет не о механическом добавлении к традиционному содержанию курса математики новых элементов (вместе с соответствующими методическими приемами их изучения), а об интеграции, которая призвана порождать следующие системные эффекты:

– осознание обучающимися возможностей математической науки в описании, исследовании, прогнозировании характера происходящих процессов и явлений;

– расширение возможностей использования приобретаемых знаний и умений на практике и при изучении смежных дисциплин;

– развитие исследовательских навыков обучающихся;

– осознание внутренних связей в математической науке.

Если речь идет о системе «школа–вуз», то перечень традиционных линий курса математики и соответствующих инновационных элементов сведем в табл. 2.

Курс математики инженерных направлений вузовской подготовки (уровень бакалавриата и магистратуры) предполагает изучение следующих содержательных линий [4, 5]:

1) дискретно-математической;

2) логико-алгоритмической;

3) геометрической (аналитическая и дифференциальная геометрия);

4) алгебраической (алгебраические структуры, линейная алгебра);

5) аналитической (функциональной) (математический и функциональный анализ; дифференциальные и конечно-разностные уравнения; комплексный анализ; анализ Фурье);

Таблица 2

Перечень традиционных линий инновационных элементов

Традиционные линии	Инновационные элементы
Числовая	Комплексные числа
Тождественных преобразований, уравнений и неравенств	Анализ формализованных закономерностей (нахождение значений неизвестных параметров из соотношений, представляющих собой записи законов физики, экономики и др.); см., например, задачи «реальной математики» в контрольно-измерительных материалах Государственной итоговой аттестации (**КИМ ГИА**)
Геометрических фигур	Применение понятий и фактов геометрии к решению задач «реальной» математики (задачи на взаимное расположение объектов в КИМ ГИА)
Текстовых задач	Формализация содержательных моделей, анализ и интерпретация математических моделей
Функциональная	Исследование процессов средствами математического анализа, задачи максимизации и минимизации
Векторно-координатная	Векторно-координатный метод анализа взаимного расположения линий и фигур на плоскости и в пространстве
Тригонометрическая	Прикладная тригонометрия (полярные координаты, комплексные числа, гармонические колебания и др.)
Комбинаторика. Вероятность. Анализ статистических данных	Элементы дискретной математики: алгебра событий, комбинаторные принципы. Стохастические модели: численное прогнозирование (вероятности), теоретические распределения случайных величин, анализ эмпирических распределений, уравнения регрессий

6) стохастической (теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы).

Общим инновационным направлением для указанных линий является их рассмотрение в контексте математического моделирования процессов и явлений [6]. Обсудим (в качестве одной из основных) стохастическую инновационную линию.

Стохастическая инновационная линия. Все процессы, происходящие в природе, обществе, производственной, экономической и других сферах деятельности человека, не обходятся без присутствия элемента случайности. Стохастические знания становятся неотъемлемым компонентом инновационного содержания образования – как общего, так и профессионального. Стохастическая содержательная линия строится как объединение следующих взаимосвязанных составляющих: элементов комбинаторики, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов.

Одна из главных особенностей данной линии состоит в тесной связи отвлеченных понятий и структур с окружающим миром. Стохастическая линия «пронизывает» курс математики на протяжении всех лет его изучения. Этапы непрерывной стохастической подготовки, согласованные с требованиями ФГОС общего и высшего профессионального образования, представим следующими:

1) в *начальной и основной школах* превалирует эмпирический и логический компоненты: способность формализовать результаты простейшего опыта (проведенного самим обучающимся или описанного в условии задачи) в виде схемы, таблицы, графика, дерева вариантов и т.д.; умение построить и проанализировать простейшую вероятностную модель;

2) в *старшей школе* обучающимся доступны теоремы о классических вероятностях суммы и произведения событий, схем гипотез, схемы Бернулли, простейших способов получения характеристик эмпирических распределений;

3) в *высшей школе* формализация знаний о случайных событиях выходит на абстрактный уровень: рассматривается алгебра событий и вероятность как счетно-аддитивная функция на алгебре событий. Классическая, статистическая и геометрическая вероятности выступают как различные способы интерпретации системы соответствующих аксиом. Основным изучаемым объектом являются случайные величины и их характеристики. Вероятностно-статистические закономерности окружающего мира формализуются в виде предельных теорем. Всесторонне рассматриваются классические распределения: равномерное (дискретное и непрерывное), биномиальное, Пуассоновское, полиномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, показательное, нормальное. Эмпирические распределения выступают как «способы проявления» теоретических распределений, их анализ – средством получения информации о характеристиках соответствующих теоретических распределений (гистограммы, точечные и интервальные оценки, статистическая проверка гипотез и др.). Здесь же рассматриваются основы корреляционного и регрессионного анализов. В зависимости от направления профессиональной подготовки в той или иной степени изучаются основы теории случайных процессов.

Стохастическое моделирование. Математическое моделирование будем понимать как процесс, состоящий из следующих шагов:

1) установление соответствия данному реальному объекту или процессу некоторой математической задачи, называемой его математической моделью; в математической модели должны быть сохранены существенные черты оригинала; при этом модель должна отвечать стандартным требованиям адекватности, простоты, универсальности, оснащенности, продуктивности и устойчивости [4];

2) исследование модели средствами математики;

3) интерпретация результата в терминах исходной предметной области.

Математические модели можно условно разделить на детерминированные и стохастические. *Детерминированная модель* характеризуются отсутствием случайных величин среди ее параметров. Такие модели (например законы физики) описывают поведение объекта с позиций полной определенности (в настоящем и будущем). *Стохастическая (недетерминированная, вероятностная) модель есть математическая модель, для которой параметры, условия функционирования и характеристики состояния моделируемого объекта представлены случайными величинами и связаны случайными зависимостями*.

Простейшими задачами стохастического моделирования являются традиционные задачи теории вероятностей и математической статистики, поскольку предполагают анализ (средствами математики) событий, носящих случайный характер, и массивов числовых данных, полученных в экспериментах со случайными результатами.

Следующая схема демонстрирует существование связи между двумя введенными классами моделей.

Математические модели

↓ ↓

Детерминированные модели ↔ *Стохастические модели*

Наличие связи объясняется тем, что при рассмотрении детерминированных моделей влияние случайных факторов может быть «опущено» лишь с определенными погрешностями. Так, например, в инженерной практике любые размеры, представленные в детерминированной модели, являются некоторыми усредненными величинами, так что при больших отклонениях результатов измерений от заданных (номинальных) значений следует обратиться к методике стохастического исследования.

В свою очередь, в процессе стохастического моделирования используется не только вероятностно-статистический аппарат, но и, во многом, математический аппарат, применяемый при анализе детерминированных моделей. Так, например, заменив стохастическую зависимость подходящим уравнением регрессии, мы переходим фактически к исследованию детерминированной модели.

В традиционных задачах регрессионного анализа усматриваются все основные этапы моделирования [7, с. 150 – 156]:

1) разработка содержательной модели: сбор, табличное и графическое представления (диаграмма рассеяния) данных выборки, которая содержит n пар значений (x_i, y_i), $i = 1,...,n$, представляющих собою зависимость случайного результативного признака y от неслучайного факторного признака x;

2) переход к регрессионной модели, а именно, постановка задачи в виде минимизации суммы квадратов отклонений эмпирических (фактических) значений результативного признака от теоретических, полученных по выборочному уравнению регрессии; выбор нескольких возможных уравнений регрессии и составление данных уравнений; выбор оптимальной модели;

3) интерпретация модели; интерполяция и экстраполяция.

Таким образом, именно в «модельном» подходе, в рассмотрении методов стохастики как средства моделирования недетерминированных систем, прослеживается *инновационность стохастической линии.*

Интегративные свойства стохастической линии. Данные свойства реализуются в связях:

– с дискретно-математической линией (действия над событиями: аналогия с действиями над множествами и высказываниями; использование комбинаторных формул);

– с функциональной линией: рассмотрение бесконечных дискретных распределений, геометрической модели вероятности (меры), непрерывных распределений.

Указанные связи могут быть представлены в виде последовательности следующих соответствий.

Алгебра событий $\leftrightarrow$ *Булевы алгебры (алгебра высказываний).*
Аксиоматическая вероятность $\leftrightarrow$ *Аддитивные (счетно-аддитивные) функции множеств.*
Непосредственное вычисление вероятностей $\leftrightarrow$ *Формулы комбинаторики.*
Биномиальная схема $\leftrightarrow$ *Бином Ньютона.*
Полиномиальная схема $\leftrightarrow$ *Свойства многочленов.*
Теоремы Лапласа $\leftrightarrow$ *Асимптотические формулы анализа, специальные несобственные интегралы.*
Теорема Пуассона $\leftrightarrow$ *второй замечательный предел.*
Числовые характеристики дискретной случайной величины $\leftrightarrow$ *Сходимость (суммы) числовых рядов.*
Функция и плотность распределения $\leftrightarrow$ *Элементы дифференциально-интегрального исчисления (интегралы с переменным верхним пределом, формула Ньютона-Лейбница).*
Числовые характеристики непрерывных случайных величин $\leftrightarrow$
$\leftrightarrow$ *Несобственные интегралы.*

Распределение Пуассона $\leftrightarrow$ Ряд Маклорена экспоненциальной функции.
Геометрическое распределение $\leftrightarrow$ Степенные ряды.
Нормальное распределение $\leftrightarrow$ Интеграл Эйлера-Пуассона, преобразование несобственных интегралов.
Закон больших чисел $\leftrightarrow$ Теоремы о пределах.
Статистическое распределение выборки, гистограмма $\leftrightarrow$ $\leftrightarrow$ Интегральные суммы.
Метод моментов получения точечных оценок $\leftrightarrow$ Системы уравнений.
Регрессионный анализ $\leftrightarrow$ Экстремумы функций нескольких переменных.

Имеются менее выраженные связи и с другими линиями: геометрической (например, вероятность принятия количественным признаком значений в заданном интервале приближенно есть площадь ступенчатой фигуры над соответствующим интервалом заданной гистограммы относительных частот), линией «текстовых» задач и др.

Рассмотрим примеры, демонстрирующие интегративные свойства стохастической линии.

1. *Пример связи с линией текстовых задач (с задачами на тему «смеси»).* В магазин поступают изделия двух поставщиков. Первый поставляет 2 % процента бракованных изделий, второй – 5 %. В итоге, в магазине оказывается 4 % бракованных изделий. Какова вероятность, что случайно выбранное в магазине изделие окажется от первого поставщика.

В процессе решения вероятность будет определена в виде $P(A)=\dfrac{m}{m+n}$, где m изделий поставляет первый, а n изделий – второй поставщик. При этом соотношение между значениями m и n может быть установлено с помощью того факта, что число бракованных изделий в магазине складывается из бракованных изделий от первого и второго поставщиков («принцип смесей»):

$$0{,}02m+0{,}05n=0{,}04(m+n)\text{, откуда } n=2m.$$

Далее

$$P(A)=\frac{m}{m+2m},$$

и, следовательно,

$$P(A)=\frac{1}{3}.$$

2. *Примеры связи с функциональной линией.*

а) *геометрическое распределение (сумма степенного ряда).* Каково среднее число выстрелов, производимых до первого поражения мишени, если вероятность поражения мишени при каждом выстреле равна p $(0<p<1)$;

б) *геометрическая модель вероятности (площадь, вычисляемая с помощью интеграла).* Какова вероятность, что точка, случайным образом блуждающая по фигуре ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и прямой $y = -5$, окажется в данный момент в круге $x^2 + (y+1)^2 \le 1$.

В заключение отметим, что спешной реализации требований ФГОС и Концепции развития математического образования способствует выделение в курсе математики инновационных линий, конструирование соответствующего содержания и разработка технологий его изучения. При этом обновление традиционных содержательных линий путем «встраивания» инновационных элементов расширяет возможности обучающихся в использовании приобретаемых знаний и умений на практике и при изучении смежных дисциплин.

Список литературы

1. Хуторской, А. В. Теоретико-методологические основания инновационных процессов в образовании [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Эйдос : интернет-журнал. – 2005. – Режим доступа : http://www.eidos.ru/journal/2005/0326.htm (дата обращения: 30.04.17).

2. Ващенко, В. П. О сущности инновационной деятельности и ее нормативно-правовой базе / В. П. Ващенко // Наука и промышленность России. – 2002. – № 2–3. – С. 29 – 36.

3. Слободчиков, В. И. Инновации в образовании: основания и смысл [Электронный ресурс] / В. И. Слободчиков // Исследователь.ru : интернет-портал. – 2009. – Режим доступа: http://www.researcher.ru/methodics/nauka/a_1xizkd.html (дата обращения: 30.04.17).

4. Нахман, А. Д. Основные аспекты обучения математическому моделированию в системе «школа–вуз» / А. Д. Нахман // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2016. – № 5. – С. 41 – 56.

5. Родионов, Ю. В. Логико-алгоритмический компонент математической компетенции обучающихся / Ю. В. Родионов, О. А. Гливенкова, А. Д. Нахман // Вопросы современной науки и практики. Ун-т им. В. И. Вернадского. – 2017. – № 1 (63). – С. 148 – 157.

6. Нахман, А. Д. Формирование компетенции математического моделирования в системе «школа–вуз» / А. Д. Нахман, И. Ю. Иванова, Т. В. Селянская // Вопросы современной науки и практики. Ун-т им. В. И. Вернадского. – 2016. – № 3 (61). – С. 104 – 111.

7. Куликов, Г. М. Элементы прикладной математики: учеб. пособие / Г. М. Куликов, А. Д. Нахман, С. В. Плотникова. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2008. – 160 с.

References

1. http://www.eidos.ru/journal/2005/ 0326.htm (accessed 30 April 2017)

2. Vashchenko V.P., *Nauka i promyshlennost' Rossii* [Science and Industry of Russia], 2002, no. 2–3, pp. 29-36. (In Russ.)

3. http://www.researcher.ru/methodics/nauka/a_1xizkd.html (accessed 30 April 2017)

4. Nakhman A.D., *Nauchnoe obozrenie. Pedagogicheskie nauki* [Scientific review. Pedagogical sciences], 2016, no. 5, pp. 41-56. (In Russ.)

5. Rodionov Yu.V., Glivenkova O.A., Nakhman A.D., *Voprosy sovremennoi nauki i praktiki. Un-t im. V. I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], 2017, no. 1 (63), pp. 148-157. (In Russ., abstract in Eng.)

6. Nakhman A.D., Ivanova I.Yu., T.V., Voprosy sovremennoi nauki i praktiki. Un-t im. V. I. Vernadskogo [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], 2016, no. 3 (61), pp. 104-111. (In Russ., abstract in Eng.)

7. Kulikov G.M., Nakhman A.D., Plotnikova S.V., *Elementy prikladnoi matematiki: ucheb. Posob* [Elements of Applied Mathematics: Textbook. Helpful], Tambov: TGTU, 2008, 160 p. (In Russ.)

Innovative Content Lines in the Mathematics Course

Yu. V. Rodionov, O. A. Glivenkova, A. D. Nakhman

Tambov State Technical University, Tambov, Russia

Keywords: innovations; content lines; stochastic modeling.

Abstract: The paper analyzes the stages of developing innovations in education. The innovative elements in the traditional lines of the mathematics course are distinguished. The concept of a stochastic content line is introduced and its integrative properties are investigated. The methods of stochastics are interpreted as means of modeling of non-deterministic systems.
