

РЕАКТОРНЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ЗАДАЧАХ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ

**Н. С. Попов, О. В. Пещерова,
В. А. Лузгачев, А. Э. Стрельникова**

*ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический
университет», г. Тамбов, Россия;
ООО «Известняк», г. Тамбов, Россия*

Рецензент д-р экон. наук, профессор Н. В. Злобина

Ключевые слова: моделирование; модель Леонтьева; неравновесные процессы; устойчивое развитие; «экономический» реактор; энтропия.

Аннотация: Рассмотрены вопросы создания математических моделей природо-промышленных систем в целях решения задач устойчивого развития. Отмечена необходимость в определении внутренней структуры материально-энергетических потоков на предприятиях. Постулируется возможность исследования «типовых» структур движения потоков, известных в теории химического реактора. В качестве примера рассмотрена модель «экономического» реактора с внутренней структурой потоков типа «полного перемешивания».

Среди всевозможных, технически доступных комбинаций затраты–выпуск фирма выбирает одну, которая позволяет максимизировать разницу между доходом и издержками.

В. В. Леонтьев

К выдающимся достижениям научной мысли академика В. И. Вернадского относится системное обобщение известных для того времени фактов, знаний и закономерностей о развитии биосферы, позволившее ученому впервые в истории науки сделать пророческие выводы о решающей роли человечества в эволюции Земли и неизбежности ее перехода в новое

Попов Николай Сергеевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: eco@nnn.tstu.ru; Пещерова Ольга Викторовна – ассистент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды»; Лузгачев Валерий Алексеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», ТамбГТУ, г. Тамбов, Россия; Стрельникова Алина Эдуардовна – экономист ООО «Известняк», г. Тамбов, Россия.

геологическое состояние – ноосферу. По его убеждению этот переход возможен под контролем человеческого разума, с наложением жестких ограничений на потребление природных ресурсов и образование отходов, использование деструктивных способов хозяйствования в биосфере.

Завершение эпохи «независимого» от состояний природной среды экстенсивно-экспансивного развития человечества стало очевидным с середины 1980-х годов, в связи с появлением глобальных экологических проблем: потеплением климата Земли, возникновением озоновых «дыр» в атмосфере, эрозией почв, масштабным загрязнением морей и т.д. [1]. Эти негативные явления побудили мировое научное сообщество к проведению форумов и консультаций по проблеме «устойчивого развития», направленных на поиск более совершенных механизмов взаимодействия экономики, природы и общества, способных поддерживать развитие цивилизации на длительном периоде времени.

Понятие «устойчивое развитие» впервые появилось в докладе «Наше общее будущее» Всемирной комиссии ООН по окружающей среде и развитию в 1987 г. и означало «такое развитие, при котором удовлетворяются потребности настоящего времени, но не ставится под угрозу способность будущих поколений удовлетворять свои потребности». При этом стратегия устойчивого развития предполагает «гармонию между людьми и между обществом и природой». Позже данное словосочетание было закреплено в документах Конференции ООН по окружающей среде и развитию, проведенной в 1992 г. в Рио-де-Жанейро.

Нестрогая формулировка понятия «устойчивое развитие» привела к многочисленным его интерпретациям в научных и политических кругах, что объясняется известным различием целей и задач их представителей. Слово «устойчивость» больше ассоциируется с предельными хозяйственными нагрузками на экосистемы, тогда как «развитие» отождествляется с ростом экономики. Обобщая смысл различных вариантов понятия «устойчивое развитие», сформировавшихся в мировых научных школах [2], можно заключить, что они выражают **гипотезу** о долгосрочном экономическом развитии с сохранностью природных богатств, необходимых для жизни будущих поколений людей. Проверка этой гипотезы сводится к анализу траекторий движения эколого-экономических систем, влияющих друг на друга, и определению условий, при которых тип возникшего поведения может считаться «устойчивым» или «неустойчивым».

Количественная оценка «устойчивости развития» вызывает озабоченность у специалистов, знакомых с аналитическими методами классической теории устойчивости и ее приложениями [3 – 5]. Затруднения вызывают два обстоятельства.

1. Результаты классической теории устойчивости всецело базируются на исследовании математических моделей объектов. В данном случае моделей экономических и экологических систем различных пространственно-временных масштабов. Отсутствие надежных и достаточно универсальных конструкций моделей делает региональную задачу проверки эколого-экономических взаимодействий на устойчивость практически невыполнимой.

2. Применение методов классической теории устойчивости к анализу систем, изучаемых биологией, экономикой и общественными науками, должно быть обосновано, поскольку режим функционирования таких систем, как правило, далек от равновесного, а внешние воздействия постоянно изменяют равновесное положение системы. В отличие от классических методов теории устойчивости необходимо использовать понятие структурной устойчивости, задача которой заключается в выявлении качественных изменений в траекториях движения системы при изменениях ее структуры. Сложность метода состоит в определении класса допустимых возмущений, при которых траектории движения системы будут мало отличаться друг от друга.

Принимая во внимание первое из названных обстоятельств, в настоящей работе изучается возможность применения известных результатов теории химического реактора к моделированию экономики производства как составной части природо-промышленной системы (ППС), являющейся предметом исследования в задаче устойчивого развития.

Природо-промышленная система представляет собой множество объектов отраслей промышленного производства и природной среды, образующих единую технико-экономическую и экологическую структуру рассматриваемого региона, упорядоченно взаимодействующих друг с другом в процессах обмена информацией, потребления материально-энергетических ресурсов и переработки отходов [6]. «Упорядоченность» означает особую организованность процессов в системе, снижающую ее энтропию по сравнению с энтропией внешней среды. ППС относится к классу термодинамически открытых макросистем с иерархической структурой соединения элементов, детерминированно-стохастической природой процессов, нелинейным характером их поведения и с запаздыванием сигналов в каналах связи. Схема эколого-экономических взаимодействий промышленной S_{Π} и экологической $S_{\mathcal{E}}$ подсистем приведена на рис. 1.

Структура ППС состоит из числа объектов, связи между которыми оказались значительнее, чем с объектами за ее границей. При этом наличие $S_{\mathcal{E}}$ в $S_{\text{ППС}}$ рассматривается как необходимое условие для существования S_{Π} .

Пусть связующие переменные M и N формально выражают уровень экономической активности в S_{Π} и качество природной среды в $S_{\mathcal{E}}$. Тогда взаимодействия подсистем представим в виде

$$\dot{M} = F(M, N, X_{\Pi}, Y_{\Pi}); \quad \dot{N} = G(M, N, X_{\mathcal{E}}, Y_{\mathcal{E}}), \quad (1)$$

где \dot{M} и \dot{N} – производные по времени; X_{Π} , $X_{\mathcal{E}}$ и Y_{Π} , $Y_{\mathcal{E}}$ – внешние соответственно входные и выходные воздействия; F , G – функциональные операторы, принимающие соответственно положительные или отрицательные значения.

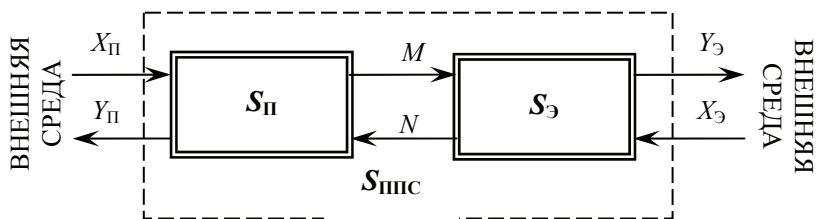


Рис. 1. Структурная схема природо-промышленной системы

Поскольку M и N находятся в прямой и обратной связях S_{Π} с S_{Σ} , рост N будет «полезен» для S_{Π} , тогда как рост M таит «опасность» для S_{Σ} . С позиции системы «хищник–жертва» [7] поведение промышленности напоминает «хищника», а природа «жертву». Функционирование конкретной ППС зависит от действий множества всех положительных и отрицательных обратных связей свойственных данной системе.

На рисунке 2 показаны типичные категории положительных (+) и отрицательных (-) воздействий в системе: «природная среда – производство – потребление – благосостояние» [2]. В их числе: 1 – влияние производства на природу в случае выпуска средозащитной продукции; 2 – воздействие отходов производства на природу; 3 – влияние качественных природных ресурсов на экономические показатели производства; 4 – влияние качественной природной среды на продуктивность производства и здоровье людей; 5 – воздействие отходов сферы потребления на природную среду; 6 – рекреационные возможности природной среды для потребителей; 7 – плохое качество природной среды для осуществления туризма и отдыха на природе; 8, 9 – полезные качества природной среды и сферы потребления для благосостояния людей.

Поскольку S_{Π} и S_{Σ} реально ограничены в поведении своими предельными внутрисистемными возможностями (пропускной и поддерживающей способностями), действие положительных и отрицательных обратных связей в $S_{\text{ППС}}$ и входных переменных X_{Π} , X_{Σ} способны не только вывести систему за границу устойчивого функционирования, но и вызвать изменения в структуре подсистем. На рисунке 3 показаны возможные траектории поведения экологических и экономических систем в зависимости от условий, возникших на их входах.

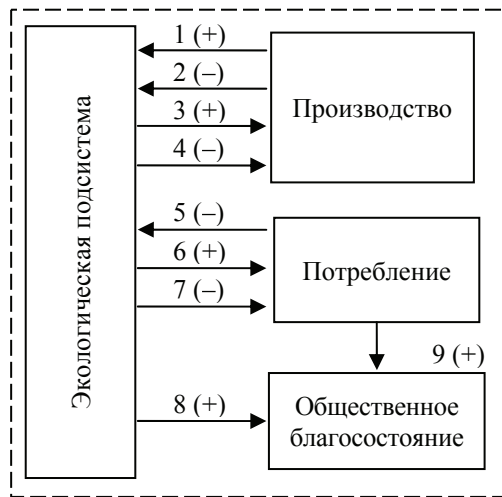


Рис. 2. Типы эколого-экономических взаимодействий в ППС

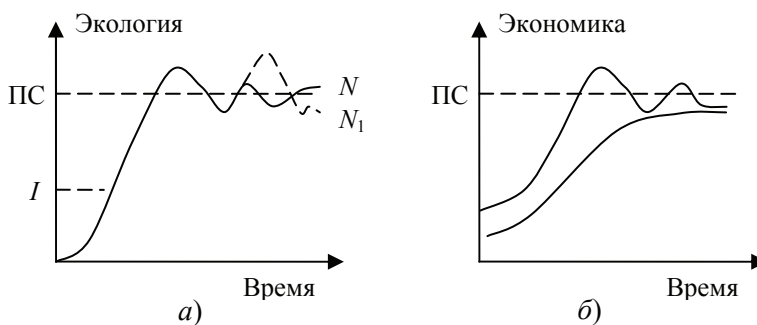


Рис. 3. Иллюстрация поведения S_{Σ} (а) и S_{Π} (б)
(ПС – пропускная способность)

Сложность поддержания максимального уровня развития экосистемы N (рис. 3, *a*) состоит в том, что когда значение уровня превышает максимальный, система не способна рассеивать энтропию, и наблюдается уменьшение ее размеров, ведущих к «коллапсу» [8]. Если при этом пострадала производительная способность системы, уровень N может временно снизиться до N_1 . С позиции долгосрочной безопасности и стабильности необходимо, чтобы уровень поддерживающей способности S_3 находился между значениями I и N . Это означает, что в ходе эксплуатации экосистем нельзя переходить через некоторые допустимые пределы, позволяющие сохранить свойства их самоподдержания, такие как саморегуляция и самоорганизация. Аналогичные процессы нестабильного поведения свойственны и динамическим экономическим системам: регулярные смены подъемов и спадов производства, занятости населения, торговли и цен (рис. 3, *b*). В экономической теории известно понятие «саморегулирующие периодические колебания» [9].

Нестабильность поведения S_{II} и S_3 стала основанием для формулировки «правила меры преобразования природных систем» [10] и принципов менеджмента «устойчивого развития» [11], смысл которых следует из структуры экономической модели, изображенной на рис. 4.

В рассматриваемой структуре природные ресурсы подразделяются на возобновляемые (**ВР**) и невозобновляемые (**НР**). *Принцип 1* свидетельствует о том, что «объем добычи возобновляемых ресурсов в заданный период времени не должен превышать их естественного прироста в том же периоде времени», то есть устойчивое потребление ВР обеспечивается при равных показателях объемов потребления и самовосстановления либо если темп потребления оказывается меньше темпа самовосстановления.

Использование НР в любом случае снижает объем их доступных фондов для будущих поколений людей. Поэтому *принцип 2* утверждает: «невозобновляемые ресурсы можно разрабатывать в той мере, в какой их сокращение будет скомпенсировано (замещено) за счет антропогенного ресурса для других поколений людей».

Предполагая, что природная среда обладает определенным ассимиляционным потенциалом поглощения и переработки отходов, *принцип 3* сформулирован так: «эмиссии должны быть всегда меньше уровня ассимиляционной способности природной среды». Для его выполнения на рис. 4 показано, что часть потока отходов может быть использована и в качестве вторичного сырья. А природные блага и продукты потребления рассматриваются в структуре экономической системы как общественное благосостояние.

Практическое использование принципов экологического менеджмента эффективно только в том случае, когда определены допустимые значения темпов потребления ресурсов, ассимиляционные потенциалы природных сред, возможности компенсационных замещений и многое другое. Для их расчета необходимы математические модели подсистем S_{II} и S_3 . Особую сложность представляет разработка моделей экономического поведения производственных систем, так как, несмотря на то, что моделирование в экономических исследованиях применяется давно, оно не пользуется общим признанием в качестве инструмента помощи руководству

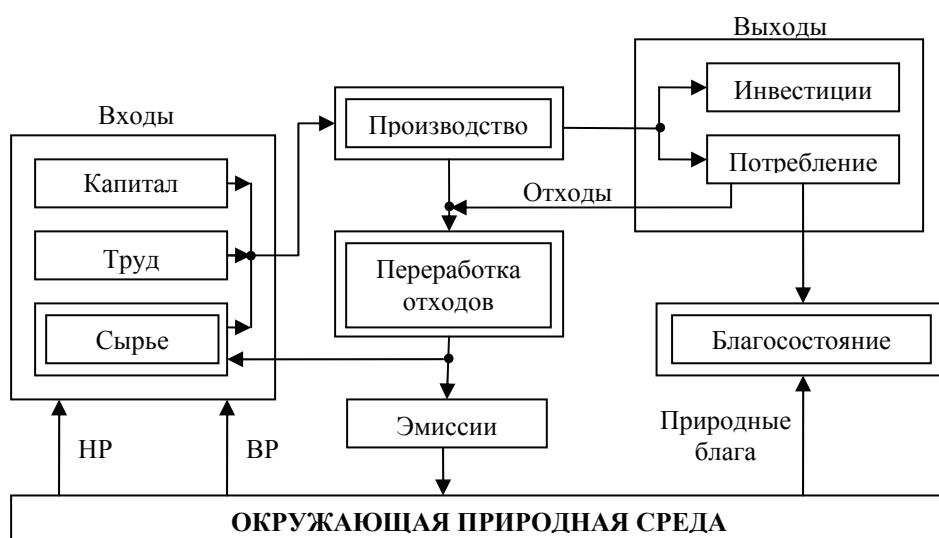


Рис. 4. Структура экономической модели

предприятия или страны в целом. Известные математические модели, за некоторым их исключением, созданы больше для объяснения существующих явлений в экономике, нежели чем для проектирования новых производств [12].

Эффективная модель реальной производственной системы должна выражать ее сущность и показывать, каким образом изменение сценария действий или структуры системы приводит к улучшению или ухудшению экономических результатов. В работе [13] предложена методология моделирования производственно-сбытовых систем, основанная на диаграммах потоков информации, материалов, заказов, денежных средств, рабочей силы и оборудования. Динамическая структура модели представлена системой резервуаров или уровней, связанных между собой управляемыми потоками. В ней учитываются и запаздывания, и усиления сигналов. Однако в [13] не рассматриваются вопросы образования отходов производства, их утилизация и размещение в природной среде.

В последние годы проведено много исследований экономических и социальных процессов с позиции феноменологической термодинамики, использования уравнений энтропийного баланса [14, 15]. Результативность такого подхода связана с изучением интенсивности потоков обмена веществом, энергией, ресурсами, капиталом и т.п. Признано необходимым изучение кинетики протекающих в системе процессов и поставлен вопрос о том, «как должен быть организован процесс, чтобы <...> дополнительные затраты были минимальны?» [15, с.11]. Очевидно, что без понимания внутрипроизводственной структуры трансформации материально-энергетических и финансовых потоков невозможно будет судить об адекватности модели производственной системы и решать на ее основе задачи проверки на устойчивость.

Вместе с тем индивидуальный подход к изучению структуры движения потоков на каждом отдельном предприятии не рационален по причине больших затрат труда, времени и средств. Выходом из такой ситуации бу-

дет предположение о том, что число возможных производственных структур в действительности всегда ограничено хотя бы по двум причинам.

1. Логистикой выверенных с годами приемов труда на производствах разных отраслей хозяйства.

2. Объективными законами термодинамики неравновесных процессов, их самоорганизующейся способностью.

Согласно выводам И. Р. Пригожина [16] в открытых системах энтропия не возрастает – она падает до тех пор, пока не достигается минимальная постоянная величина, всегда большая нуля. При этом в системе вещество распределяется неравномерно и организуется таким образом, что местами энтропия возрастает, а в других местах резко снижается [10].

Другой важный вывод сформулирован Л. Онзагером [17]: при вероятности развития процесса в некотором множестве направлений, допускаемых началами термодинамики, реализуется то, которое обеспечивает минимум диссипации энергии (или минимум роста энтропии [10]). Заметим, что в экономических системах диссипация означает необратимые потери капитала [15], а предположение об универсальности структур потоков становится отправной точкой при разработке математических моделей производственных систем в данной работе.

Фундаментальные выводы, изложенные в [16, 17], об объективности условий образования упорядоченных структур в открытых системах подтверждаются, в частности, приложениями теории химического реактора, связанными с анализом и выбором структуры потоков в технологическом оборудовании. В работе [18] показана значимость химической инженерии для многих научных направлений, представленных на рис. 5. Не будем исключать ее возможной пользы и для «экономического» реактора, такого как производственная система, в которой структура материально-энергетических потоков из-за массовости взаимных контактов и трансформаций напоминает движения частиц жидкости или газа в технологическом аппарате.

Количество режимов поведения потока ограничено диапазоном изменения энтропии от максимального значения (режим «полного перемешивания») до промежуточного (режим «диффузионного типа») и минимального (режим «идеального вытеснения»), символически показанных на рис. 6, *a – в*. При решении практических задач идентификации структуры потоков в конкретной производственно-экономической системе могут быть использованы сочетания вышеупомянутых режимов и их аппроксимации (рис. 6, *г – е*).

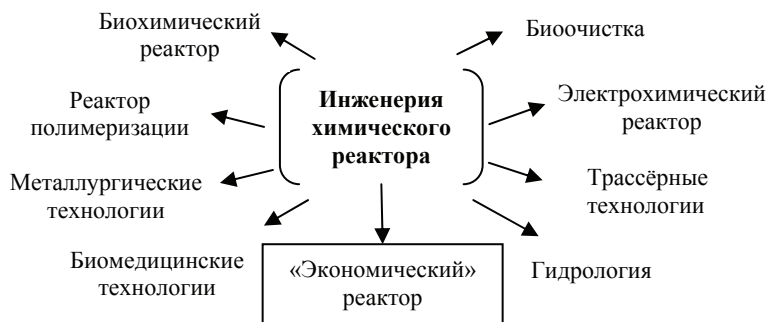


Рис. 5. Схема применения теории химического реактора [18]

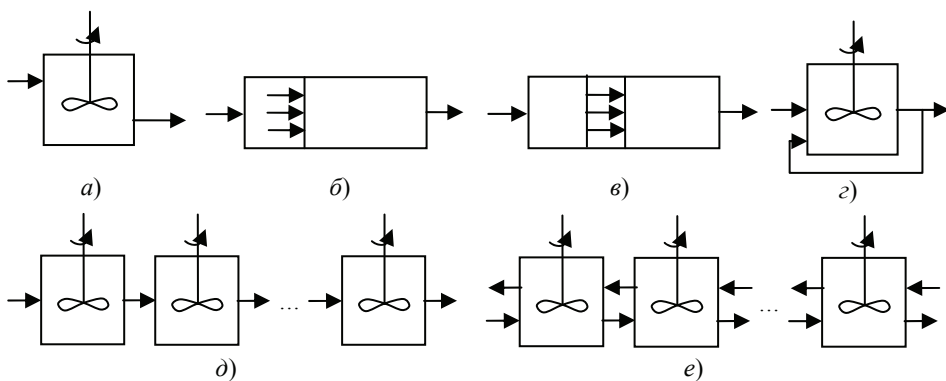


Рис. 6. Схемы режимов потоков в реакторах:

a – полного перемешивания; *b* – идеального вытеснения; *в* – диффузионного типа; *г* – с рециклом; *д* – ячеечного типа; *е* – ячеечного типа с обратными потоками

Попытка применения «реакторного подхода» к описанию структуры организации экономических систем объясняется тем обстоятельством, что экономика является эмпирической наукой со свойственными ей методами анализа и обобщения, не позволяющими исследователям «продвинуться в системном понимании структуры и принципов функционирования реальной экономики» [19]. Тогда как химическая инженерия относится к аналитическим наукам, использующим законы физики, химии, термодинамики и других дисциплин, что позволяет ей не только проектировать сложнейшие производственные системы, но и гарантировать устойчивость работы.

Для демонстрации возможностей реакторного подхода воспользуемся описанием аппарата с режимом «полного перемешивания», изображенного на рис. 7. Вещества-реагенты (условно вещества *A* и *B*) с концентрациями $\underline{C}_f = [C_{fA} \ C_{fB}]^T$ подаются внутрь аппарата со скоростью *G*, где мгновенно реагируют друг с другом, образуя при этом продукты реакции (вещества *C* и *D*) с концентрациями $\underline{C}_i = [C_{iC} \ C_{iD}]^T$, после чего оказываются в выходном потоке с концентрациями $\underline{C} = [C_C \ C_D]^T$, здесь *t* – знак транспонирования.

Действие перемешивающего устройства (скоростной мешалки) делает смесь в аппарате однородной, то есть в каждой *i*-й точке объема *V* концентрации \underline{C}_i оказываются одинаковыми, в связи с чем индекс *i* можно снять. При этом процесс в аппарате оказывается в термодинамическом равновесии с максимальным значением энтропии, поскольку равновесным значениям макроскопических параметров соответствует наибольшее число возможных различных микросостояний.

Модель реактора «полного перемешивания» базируется на балансе материальных потоков, законе действия масс и допущениях, связанных с гидродинамикой потоков и тепло-

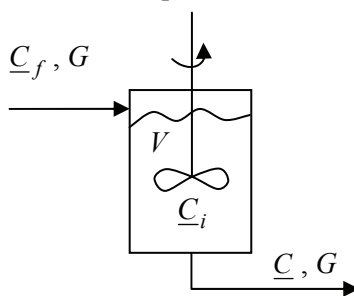


Рис. 7. Схема реактора полного перемешивания

вым режимом в аппарате. Динамический материальный баланс в векторной форме записи имеет вид

$$\dot{\underline{v}} = \underline{v}_f - \underline{v} + \underline{v}_p, \quad (2)$$

где \underline{v}_f и \underline{v} – потоки соответственно реагентов и продуктов реакций; $\dot{\underline{v}}$ – скорость накопления продуктов в объеме аппарата V ; \underline{v}_p – скорость производства веществ в ходе реакций.

Если, например, схема химической реакции соответствует уравнению



тогда ее скорость протекания r равна

$$-r = k C_A^a C_B^b, \quad (4)$$

где a, b, c, d – стехиометрические коэффициенты; k – константа скорости реакции. Для изотермических условий $T = \text{const}$ и $k \neq f(T)$. С учетом принятых допущений из (2) – (4) получим матричную запись модели реактора в виде

$$\dot{\underline{C}} = \frac{1}{\tau} (\underline{C}_f - \underline{C}) + \mathbf{N} \underline{r}, \quad (5)$$

где \mathbf{N} – матрица стехиометрических коэффициентов; $\tau = V/G$ – среднее время пребывания частиц жидкости (или газа) в объеме аппарата V . Размерность левой и правой частей в (5) обычно выражена на массовой [моль/(кг·ед. времени)] либо на объемной [моль/(м³·ед. времени)] основе.

Особенности поведения реактора связаны с нелинейностью слагаемого $\mathbf{N} \underline{r}$, однако в химии известна и кинетика первого порядка, когда скорость химической реакции вида $A \rightarrow B + C$ записывается в форме $-r = k C_A^1$, что упрощает в итоге анализ устойчивости работы реактора.

Рассмотрим производственные системы, организация которых предполагает наличие предметов и средств труда, капитала, участия рабочей силы, применения технологических операций и органов управления. Схема объектов производственной системы показана на рис. 8. В числе объектов есть предприятия со структурой материально-энергетических потоков, схожих с потоками в реакторе «полного перемешивания». К ним относятся, например, предприятия с гибкими технологиями, выпускающими много-

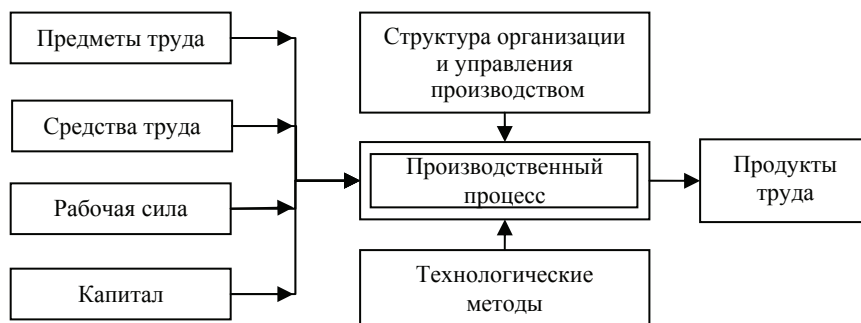


Рис. 8. Схема объектов производственной системы

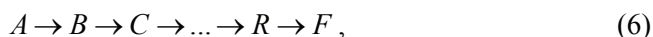
ассортиментную продукцию типа комплектующих изделий, лаков и красок, пищевых товаров, частично используемых и на самом производстве, и идущих на внешнюю реализацию. Для таких предприятий сырье и материалы поступают в рабочие зоны, где производится их циклическая обработка от создания «заготовок» и пооперационного формирования потребительских качеств до сборки и упаковки продукции смешанными партиями, согласно заказам. Для каждого наименования продукции существует собственный технологический цикл.

Без потери общности непрерывные производства будем рассматривать как предельный вариант дискретных, а в качестве основных допущений примем следующие:

- 1) производство состоит из множества «элементарных» технологических операций, локализованных в пространстве и времени;
- 2) «элементарные» операции завершаются выпуском продукта или полупродукта;
- 3) поставки сырья, материалов и энергии совершаются с начала планового периода t_0 ;
- 4) выпуск партий продукта относится к концу планового периода t_k .

Гипотетическую структурную схему «экономического» реактора покажем на рис. 9.

Механизм обработки сырья и материалов представим в виде последовательно осуществляемых «элементарных» операций:



где A – сырье или материалы; B, C, R – промежуточные продукты; F – готовый продукт.

Скорость обработки вещества в i -й технологической операции запишем в форме кинетики первого порядка: $-r_i = k M_i$, где M_i – масса вещества; k – коэффициент вклада живого и овеществленного труда в обработку M_i .

При выводе уравнений модели «экономического» реактора необходимо материальные потоки в (2) заменить на финансовые, с учетом знаков «приходной» и «затратной» составляющих. К «приходной» относится уве-

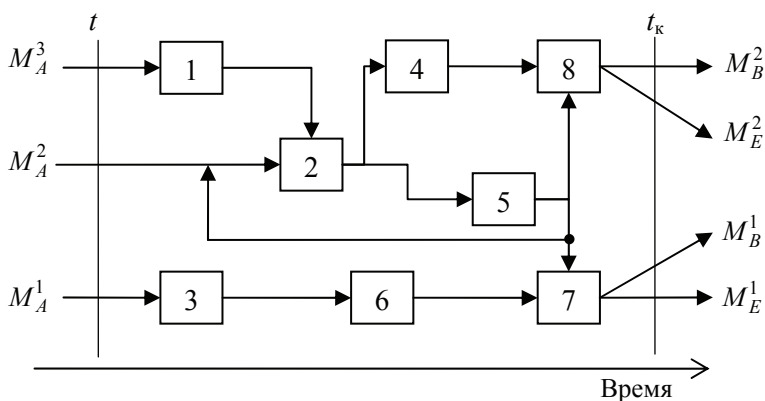


Рис. 9. Схема «экономического» реактора:

M_A – сырье и материалы; M_B – готовые продукты; M_E – отходы, 1, ..., 8 – номера операций

личение стоимости готовой продукции по сравнению со стоимостью сырья, к «затратной» – расходы на ее производство. Логика менеджмента состоит в получении прибыли, то есть в превышении «приходной» части над «затратной».

Пусть v_i – планируемый выпуск i -го вида продукта, измеряемый на объемной, массовой или штучной основах. Тогда программа загрузки предприятия в плановом периоде времени $T = t_k - t_0$ составит $V = \sum_i v_i$.

При этом финансовые потоки \underline{v}_f и \underline{v} (2) будут равны произведению объемного расхода G на \underline{x}_f и \underline{x} соответственно:

$$\underline{v}_f = G \underline{x}_f; \quad \underline{v} = G \underline{x}, \quad (7)$$

где \underline{x}_f и \underline{x} – соответственно стоимости сырья и готового продукта.

Если размерность G задана в ед. объема/ед. времени, а \underline{x}_f и \underline{x} в ед. стоимости/ед. объема, тогда потоки \underline{v}_f и \underline{v} будут иметь размерность в ед. стоимости/ед. времени.

Поток $\dot{\underline{v}}_i$ в модели «экономического» реактора означает накопление капитала по ходу выполнения планового задания в объеме V . Данный поток, имеющий размерность ед. стоимости/ед. времени, запишем в виде

$$\dot{\underline{v}} = V \dot{\underline{x}}. \quad (8)$$

Схема трансформации веществ, подобная (6), предполагает рост стоимости продукта F с каждой очередной технологической операцией. Ее можно описать рекуррентным выражением $x_{i+1} = f(x_i)$, где x_{i+1} и x_i – стоимость полупродуктов на $(i+1)$ -й и i -й операциях соответственно. Причем в x_{i+1} входят только издержки производства. Окончательная стоимость всех произведенных на производстве продуктов будет равна

$$\underline{x} = \underline{f}(\underline{x}) + \Delta \underline{x},$$

где $\Delta \underline{x}$ – величина добавленной стоимости; $\underline{f}(\underline{x})$ – «затратная» составляющая в модели «экономического» реактора.

С учетом этого \underline{v}_p определим в виде

$$\underline{v}_p = V \mathbf{B} \mathbf{K} \underline{x}, \quad [\text{ед. стоимости} / \text{ед. времени}], \quad (9)$$

где V – объем производственной программы; \mathbf{K} – матрица коэффициентов, характеризующих относительные затраты на выполнение «элементарных» операций по конверсии сырья и материалов в готовые продукты (безразмерные величины); \mathbf{B} – матрица коэффициентов, характеризующих частоту или кратность выполнения «элементарных» операций за время T , имеющих размерность [1/ед. времени].

Коэффициенты матрицы \mathbf{K} определяются как относительные затраты i -й операции к затратам всего технологического цикла операций, связанного с выпуском интересующего продукта, а коэффициенты матрицы \mathbf{B} находятся из технологического регламента.

В итоге динамический финансовый баланс имеет вид

$$V \dot{\underline{x}} = G(\underline{x} - \underline{x}_f) - V \mathbf{B} \mathbf{K} \underline{x}, \quad (10)$$

в котором первый член справа относится к «приходной» части, второй – «затратной».

Разделив левую и правую части на V и обозначив произведение матриц $\mathbf{B} \mathbf{K}$ через \mathbf{A} , получим

$$\dot{\underline{x}} = \frac{1}{\tau}(\underline{x} - \underline{x}_f) - \mathbf{A} \underline{x}, \quad (11)$$

где $\tau = V/G$ – среднее время производства продуктов на предприятии.

В состоянии равновесия $\dot{\underline{x}} = \underline{0}$ и правая часть (11) приобретает вид

$$\underline{x} - \underline{x}_f - \tau \mathbf{A} \underline{x} = \underline{0}. \quad (12)$$

Обозначив матрицу $\mathbf{A}' = \tau \mathbf{A}$, получим модель «экономического» реактора в форме модели «затраты – выпуск» В. В. Леонтьева:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}') \underline{x} = \underline{x}_f, \quad (13)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица; \mathbf{A}' – квадратная неотрицательная матрица всех коэффициентов затрат; \underline{x} – вектор-столбец из n элементов валового выпуска; \underline{x}_f – вектор-столбец конечного спроса.

Модель (11), представляющая матричную систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, известна как модель «запас – поток» В. В. Леонтьева и предназначена для описания поведения экономических процессов в динамике. Проверка ее на устойчивость может осуществляться классическими методами.

Список литературы

1. Мир 80-х годов : пер. с англ. – М. : Прогресс, 1989. – 496 с.
2. Bergh, Jeroen C.J.M. Van Den. Ecological Economics and Sustainable Development : Theory, Methods and Applications. – Edward Elgar Publishing, Inc., 1996. – 312 p.
3. Барбашин, Е. А. Функции Ляпунова / Е. А. Барбашин. – М. : Наука, 1970. – 240 с.
4. Андронов, А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – М. : Физматлит, 1959. – 915 с.
5. Фельдбаум, А. А. Методы теории автоматического управления / А. А. Фельдбаум, А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1971. – 744 с.
6. Попов, Н. С. Повышение энергоэффективности природо-промышленных систем : учеб. пособие / Н. С. Попов, В. Бьянко, И. О. Лысенко. – Тамбов : Изд-во Першина Р. В., 2014. – 146 с.
7. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1976. – 286 с.
8. Frish, R. Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics // Economic Essays. In Honor of Gustav Cassel. – London : Allen, Unwin., 1933.
9. Одум, Ю. Экология : в 2 т. : пер. с англ. Ю. М. Фролова / Ю. Одум ; под ред. В. Е. Соколова. – М. : Мир, 1986. – Т. 1. – 328 с.
10. Реймерс, Н. Ф. Экология (теория, законы, правила, принципы и гипотезы) / Н. Ф. Реймерс. – М. : Россия Молодая, 1994. – 367 с.

11. Эндрес, А. Экономика природных ресурсов : учеб. пособие / А. Эндрес, И. Квернер. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2004. – 256 с.
12. Колемаев, В. А. Математическая экономика: учебник для вузов / В. А. Колемаев. – М. : ЮНИТИ, 1998. – 240 с.
13. Форрестер, Дж. Основы кибернетики предприятия (Индустр. динамика) : пер. с англ. / Дж. Форрестер ; общ. ред. Д. М. Гвишиани. – М. : Прогресс, 1971. – 340 с.
14. Розоноэр, Л. И. Модель хаотического обмена ресурсами и аналогии между термодинамикой и экономикой / Л. И. Розоноэр, А. В. Малишевский // Всесоюз. совещание по проблемам упр. Реф. Ч. 1. – М. : Наука, 1971. – С. 207 – 209.
15. Цирлин, А. М. Оптимизационная термодинамика экономических систем / А. М. Цирлин. – М. : Науч. мир, 2011. – 200 с.
16. Пригожин, И. Р. Введение в термодинамику необратимых процессов / И. Р. Пригожин. – М. : Изд-во иностр. лит., 1960. – 128 с.
17. Onsager, L. Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I. / L. Onsager // Phys. Rev. – 1931. – Vol. 37. – P. 405.
18. Levenspiel, O. The Coming-of-Age of Chemical Reaction Engineering / O. Levenspiel // Chem. Eng. Sci. – 1980. – Vol. 35. – P. 1821 – 1839.
19. Леонтьев, В. В. Экономические эссе. Теория, исследования и политика / В. В. Леонтьев. – М. : Политиздат, 1990. – 425 с.

References

1. *Mir 80-kh godov* [The world of the 80's], Moscow: Progress, 1989, 496 p. (In Russ.)
2. Bergh Jeroen C.J.M. Van Den. *Ecological Economics and Sustainable Development : Theory, Methods and Applications*, Edward Elgar Publishing, Inc., 1996, 312 p.
3. Barbashin E.A. *Funktsii Lyapunova* [Lyapunov functions], Moscow: Nauka, 1970, 240 p. (In Russ.)
4. Andronov A.A., Vitt A.A., Khaikin S.E. *Teoriya kolebanii* [Theory of oscillations], Moscow: Fizmatlit, 1959, 915 p. (In Russ.)
5. Fel'dbaum A.A., Butkovskii A.G. *Metody teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of automatic control theory], Moscow: Nauka, 1971, 744 p. (In Russ.)
6. Popov N.S., B'yanko V., Lysenko I.O. *Povyshenie energoeffektivnosti prirodno-promyshlennykh sistem : ucheb. posobie* [Increase of energy efficiency of natural-industrial systems: Textbook. Allowance], Tambov: Izd-vo Pershina R. V., 2014, 146 p. (In Russ.)
7. Vol'terra V. *Matematicheskaya teoriya bor'by za sushchestvovanie* [The mathematical theory of the struggle for existence], Moscow: Nauka, 1976, 286 p. (In Russ.)
8. Frish R. *Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics*, Economic Essays. In Honor of Gustav Cassel, London: Allen, Unwin., 1933.
9. Odum Yu., Frolova Yu.M., Sokolov V.E. *Ekologiya* [Ecology], Moscow: Mir, 1986, vol. 1, 328 p. (In Russ.)
10. Reimers N.F. *Ekologiya (teoriya, zakony, pravila, printsipy i gipotezy)* [Ecology (theory, laws, rules, principles and hypotheses)], Moscow: Rossiya Molodaya, 1994, 367 p. (In Russ.)
11. Endres A., Kverner I. *Ekonomika prirodnnykh resursov : ucheb. posobie* [Economics of Natural Resources: Textbook. Allowance], St. Petersburg: Piter, 2004, 256 p. (In Russ.)
12. Kolemaev V.A. *Matematicheskaya ekonomika: uchebnik dlya vuzov* [Mathematical Economics: A Textbook for Universities], Moscow: YuNITI, 1998, 240 p. (In Russ.)

13. Forrester Dzh., Gvishiani D.M. *Osnovy kibernetiki predpriyatiya (Industr. dinamika)* [Fundamentals of Enterprise Cybernetics (Industry Dynamics)], Moscow: Progress, 1971, 340 p. (In Russ.)
 14. Rozonoer L.I., Malishevskii A.V. *Model' khaoticheskogo obmena resursami i analogii mezhdru termodinamikoi i ekonomikoi* [Model of chaotic exchange of resources and analogies between thermodynamics and economics], Vsesoyuz. soveshchanie po problemam upravleniya. Referaty. Ch. 1 [All-Union. Meeting on governance issues. Abstracts. Part 1], Moscow: Nauka, 1971, pp. 207-209. (In Russ.)
 15. Tsirlin A.M. *Optimizatsionnaya termodinamika ekonomicheskikh sistem* [Optimization thermodynamics of economic systems], Moscow: Nauchnyi mir, 2011, 200 p. (In Russ.)
 16. Prigozhin I.R. *Vvedenie v termodinamiku neobratimyykh protsessov* [Introduction to the thermodynamics of irreversible processes], Moscow: Izd-vo inostrannoi literatury, 1960, 128 p. (In Russ.)
 17. Onsager L. Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I., *Phys. Rev.*, 1931, vol. 37, p. 405.
 18. Levenspiel O. The Coming-of-Age of Chemical Reaction Engineering, *Chem. Eng. Sci.*, 1980, vol. 35, pp. 1821-1839.
 19. Leont'ev V.V. *Ekonomicheskie esse. Teorii, issledovaniya i politika* [Economic essays. Theories, research and politics], Moscow: Politizdat, 1990, 425 p. (In Russ.)
-

The Reactor Approach to Modeling Environmental and Economic Interactions in Sustainable Development Problems

**N. S. Popov, O. V. Peshcherova,
V. A. Luzgachev, A. E. Strelnikova**

*Tambov State Technical University, Tambov, Russia;
Izvestnyak Ltd., Tambov, Russia*

Keywords: “economic” reactor; entropy; Leontyev model; modeling; non-equilibrium processes; sustainable development.

Abstract: In this paper, we consider questions of mathematical models of natural-industrial systems for solving the problems of sustainable development. The necessity of determining the internal structure of material and energy flows in industrial companies is noted. The possibility of using “standard” structures of the flow movement known in the theory of the chemical reactor is postulated. The model of the “economic” reactor with internal structure of flows of “complete mixing” type is considered.

© Н. С. Попов, О. В. Пещерова,
В. А. Лузгачев, А. Э. Стрельникова, 2017