

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ВХОДНОЙ НАГРУЗКИ НА ГОРОДСКИХ ОЧИСТНЫХ СООРУЖЕНИЯХ

Н. С. Попов, О. В. Пещерова, Чан Минь Тьинь

ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов

Рецензент д-р техн. наук, профессор В. Н. Шамкин

Ключевые слова: биологическая очистка; временной ряд; метод Бокса–Дженкинса; прогнозирование нагрузки.

Аннотация: Исследован процесс изменения входной нагрузки на подсистему биологической очистки, состоящей из аэротенка и отстойника. Изучена возможность заблаговременного (опережающего) расчета загрязнений в аспекте модернизации действующей системы управления биологической очисткой. Предложена комбинированная структура системы управления, в состав которой включен предиктор, моделирование которого базируется на анализе временных рядов расхода и концентрации примесей и описании их уравнениями авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего Бокса–Дженкинса.

В большинстве отраслей промышленного производства результативность технологических процессов напрямую зависит от качества используемого сырья, систематически анализируемого в лабораториях входного контроля предприятий. Несоответствие показателей качества сырья и материалов паспортным данным приводит к изъятию их из технологического цикла. Иная ситуация наблюдается в процессах биохимической очистки, в которых «сырьем» оказывается сточная вода: по системе городских коллекторов она направляется на очистные сооружения с любым возможным составом веществ, проходит через них и на выходе должна соответствовать действующим санитарно-гигиеническим нормативам. Это обстоятельство наделяет городские очистные сооружения (ГОС) особой функцией экологической безопасности – защиты здоровья человека и природы

Попов Николай Сергеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Природопользование и защита окружающей среды», e-mail: eco@nnn.tstu.ru; Пещерова Ольга Викторовна – аспирант кафедры «Природопользование и защита окружающей среды»; Чан Минь Тьинь – аспирант кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», ТамбГТУ, г. Тамбов.

в условиях высокой изменчивости расхода воды, состава веществ и их концентраций. При этом регулярные колебания нагрузки отмечаются на суточной, недельной и сезонной шкалах, с присутствием в них случайных составляющих, таких как аварийные промышленные сбросы, дождевые смывы с городской территории, сливы бытовых жидкостей в канализацию и т.п. [1].

Для повышения эффективности работы ГОС в условиях опасных не-санкционированных воздействий проектировщики предлагают использовать типовое защитное оборудование: усреднители, решетки, песколовки, нефтеуловители и отстойники, – позволяющее стабилизировать скорость движения воды и выравнять в ней концентрации примесей. Только после пребывания в них вода должна попадать в наиболее уязвимую часть очистных сооружений – систему биологической очистки. При этом расчет защитного оборудования базируется на знании диапазонов изменения расхода, состава нежелательных веществ и предельно возможных значений концентраций примесей [2].

Такой «аппаратный» подход к реализации защитной функции ГОС возможен лишь при наличии свободных территорий, на которых можно разместить указанное выше объемное оборудование, тогда как для большинства действующих ГОС он неприемлем из-за дефицита площадей в сложившейся городской среде. Единственным способом обеспечения экологической безопасности ГОС в подобной ситуации оказывается совершенствование системы управления процессами биологической очистки с использованием прогнозной информации об изменениях входной нагрузки. Поскольку реакция активного ила на изменения входного воздействия замедленна, то в результате плохой очистки стоков образуются «проскоки» примесей в водоем-приемник. Прогнозная информация позволяет заблаговременно настраивать аппараты биологической очистки на наилучший технологический режим.

Цели данной работы двудеины: 1) необходимо провести статистический анализ изменчивости входной нагрузки, проверив гипотезы стационарности ее поведения и принадлежности случайных составляющих закону нормального распределения; 2) построить модель предиктора входной нагрузки для системы управления, основываясь на методах обработки временных рядов.

В качестве объекта исследования выбраны Тамбовские городские очистные сооружения, находящиеся на балансе ОАО «Тамбовские коммунальные системы» (ТКС). Анализ эффективности их работы показывает, что по ряду примесей в выходном потоке воды имеются значительные превышения предельно допустимой концентрации (ПДК) [3], что свидетельствует о необходимости модернизации ГОС в целях повышения их экологической безопасности.

Информация для статистического анализа была получена в лабораториях предприятия ОАО ТКС в различные периоды времени 2012 – 2014 гг., а также в результате проведения специальной серии экспериментов в полевых условиях. Наличие в составе системы управления специального прогнозирующего устройства – предиктора, позволяет реализовать принципы управления биологической очисткой как по прогнозируемому возмущению, так и по отклонению в соответствии со структурной схемой, представленной на рис. 1.

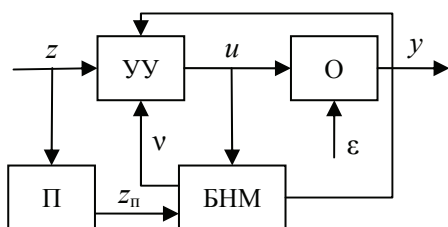


Рис. 1. Обобщенная структурная схема системы управления биологической очисткой

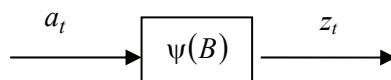


Рис. 2. Линейный фильтр

На рисунке 1 показаны следующие элементы системы: О – объект управления (аэротенк с отстойником); УУ – устройство управления; П – предиктор; БНМ – блок настройки модели объекта; z , y , u – входные, выходные и управляющие воздействия соответственно; $z_{п}$ – спрогнозированные значения нагрузки; v – настроечные воздействия; ε – неконтролируемые возмущения.

Кратко изложим те положения теории анализа временных рядов [4], которые будут использованы в данной работе при моделировании процессов изменения входной нагрузки z .

Расчет предиктора базируется на модели передаточной функции

$$\psi(B) = 1 + \psi(B_1) + \psi(B_2) + \dots,$$

где B – оператор сдвига назад, $Bz_t = z_{t-1}$. Функция $\psi(B)$ преобразует последовательность случайных импульсов $a_t, a_{t-1}, a_{t-2}, \dots$, именуемых белым шумом, во временной ряд наблюдаемых переменных $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$ (рис. 2). При этом предполагается, что z_t доступны в дискретные и равноотстоящие моменты времени $t, t-1, t-2$. Для модели предиктора $\psi(B)$ рассматривается как прогнозирующая функция, у которой среднее значение квадрата отклонения $(z_{t+k} - \hat{z}_t(k))$ истинного значения от прогнозируемого является наименьшим для каждого k -го отсчета времени, а точность прогноза характеризуется пределами доверительной вероятности, охватывающими прогнозные значения.

Если последовательность весовых коэффициентов ψ_1, ψ_2, \dots сходится, тогда фильтр устойчив, а процесс z_t – стационарен. При этом параметр процесса μ оказывается средним значением, вокруг которого колеблются значения z_t . Иначе процесс z_t будет нестационарен и μ оказывается лишь уровнем отсчета его значений.

Адекватность модели фильтра связана с проверкой остаточных разностей, образуемых в результате вычитания из наблюдений z_t , рассчитанных по модели значений по критерию белого шума. Смысл этой операции в «прокрутке фильтра назад», в результате чего должен быть получен белый шум.

Стационарные процессы описываются авторегрессионной моделью (АР). Обозначив p некоторое число недавних наблюдений, модель АР порядка p примет вид

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t, \quad (1)$$

где $\tilde{z}_t = z_t - \mu$ – центрированные значения; a_t – случайные величины с фиксированным распределением, обычно считающимся нормальным с нулевым средним и дисперсией σ_a^2 . Условием стационарности временного ряда является: $|\phi| < 1$.

Если определить оператор авторегрессии порядка p в виде

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \quad (2)$$

тогда модель АР в свернутой форме можно представить как $\phi(B)\tilde{z}_t = a_t$. И с учетом этого модель АР первого порядка

$$\tilde{z}_t = \phi\tilde{z}_{t-1} + a_t \quad (3)$$

обозначают кратко в виде АР(1), аналогично модель второго порядка

$$\tilde{z}_t = \phi_1\tilde{z}_{t-1} + \phi_2\tilde{z}_{t-2} + a_t. \quad (4)$$

обозначают в виде АР(2) и т.д.

Искомые значения коэффициентов ϕ связаны со значениями автокорреляционной функции (**АКФ**) исследуемого временного ряда соотношениями: $\rho_1 = \phi$, $\rho_2 = \phi^2$, ..., $\rho_k = \phi^k$. Следовательно, знание АКФ позволяет найти начальное значение ϕ , и чем оно меньше, тем быстрее ослабевает связь между последующими значениями $z_t, z_{t-1}, z_{t-2}, \dots$.

Нестационарные процессы не имеют фиксированного среднего значения μ вследствие наличия у них дрейфа, который может быть описан моделями скользящего среднего (**СС**). Оператор СС порядка q определяется как

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q. \quad (5)$$

Тогда процесс

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}. \quad (6)$$

называется процессом СС порядка q и в компактной форме имеет вид $\tilde{z}_t = \theta(B)a_t$. Формальное обозначение модели скользящего среднего принято в виде СС(q). Для СС(1) имеем

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta a_{t-1}. \quad (7)$$

Для СС(1) АКФ содержит одну значимую ординату на первом запаздывании, а при всех остальных запаздываниях – нулевые: $\rho_1 = -\theta/(1 + \theta^2)$, для $k = 1$ и $\rho_k = 0$, для $k > 2$.

Соответственно, для СС(2) используем выражение

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}. \quad (8)$$

Нестационарные временные ряды можно свести к стационарным посредством вычисления разностей последовательных значений z_t . Такая операция выводит тренд и делает новые значения рядов стационарными, но коррелированными. Двойное дифференцирование (т.е. взятие разностей от разностей) приводит к стационарному ряду, для которого применимы методы анализа стационарных временных рядов.

Обобщенная модель, описывающая однородный нестационарный процесс, имеет вид

$$\phi(B)z_t = \phi(B)(1-B)^d z_t = \theta(B) \cdot a_t, \quad (9)$$

где $\phi(B)$ – обобщенный оператор авторегрессии; $\phi(B)$ – стационарный оператор; d – порядок операции взятия разностей (на практике d обычно равно 0, 1 или 2).

Процесс (9) представляет собой универсальную модель, пригодную для описания стационарных и нестационарных временных рядов, и известен как процесс авторегрессии – проинтегрированного СС авторов Бокса и Дженкинса [4] с параметрами p, d, q , оцениваемыми по наблюдаемым значениям z_t . При этом используют принцип «экономии», смысл которого в нахождении наименьшего числа параметров, при которых модель будет адекватна.

Модель Бокса–Дженкинса – авторегрессия – проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС) (p, d, q). Стратегия ее построения итерационна и отображена в виде алгоритма на рис. 3 [4, 5].

Этап идентификации нацелен на выбор пробного варианта модели из обширного семейства моделей АРПСС, характеризуемого параметрами p, d, q . На этапе оценивания вычисляются значения ϕ и θ нелинейным мето-

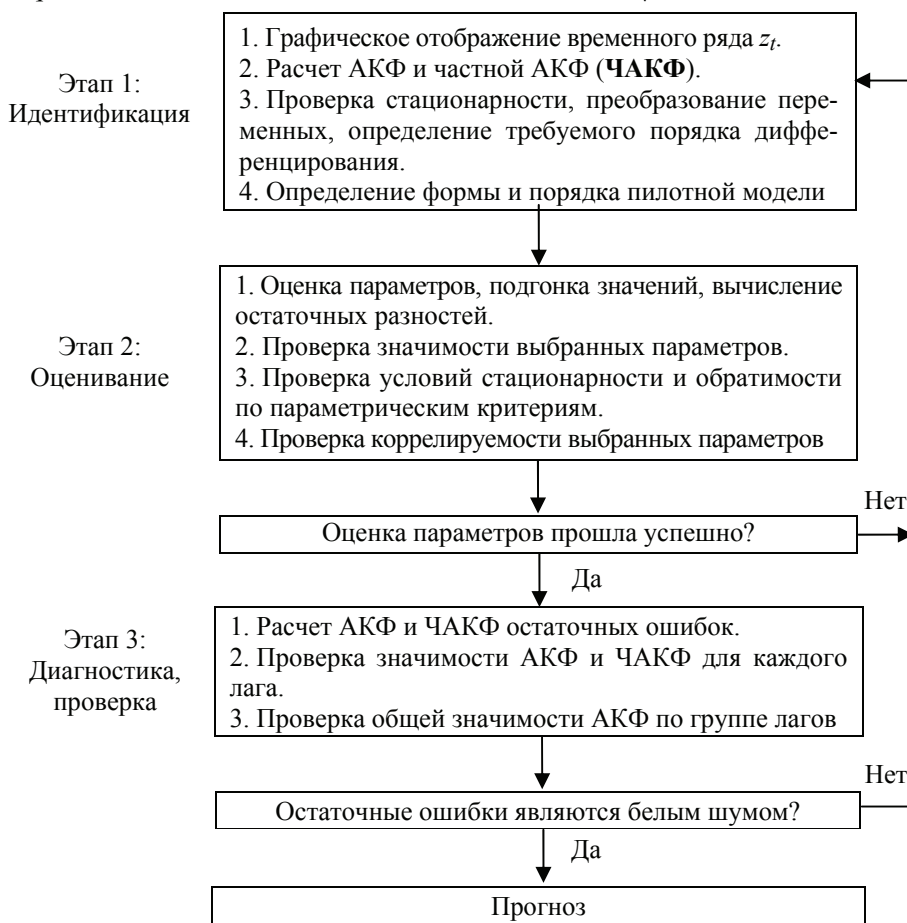


Рис. 3. Итеративная стратегия моделирования

дом наименьших квадратов. На этапе диагностики проводится проверка адекватности модели с помощью тестирования остаточных ошибок на белый шум. Если в результате итерационного процесса создания модели найдены ее структура и коэффициенты, и подтверждена адекватность, тогда возможен переход к прогнозированию будущих значений временного ряда z_{t+1}, z_{t+2}, \dots . Покажем это на примере использования модели авторегрессии – скользящего среднего (АРСС) (p, q) вида:

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}. \quad (10)$$

Согласно (10) любое последующее значение z_{t+1} будет образовано p предыдущими значениями наблюдений, q предыдущими случайными воздействиями и возмущением a_{t+1} , возникшим в момент $(t + 1)$. На этапе оценивания могут быть получены оценки коэффициентов $\bar{\theta}, \bar{\phi}$ и \bar{a}_t , но не \bar{a}_{t+1} , которое физически еще не может появиться. Тогда вместо (10) можно записать

$$z_{t+1} = \bar{\phi}_1 z_t + \bar{\phi}_2 z_{t-1} + \dots + \bar{\phi}_p z_{t-p+1} - \bar{\theta}_1 \bar{a}_t - \bar{\theta}_2 \bar{a}_{t-1} - \dots - \bar{\theta}_q \bar{a}_{t-q+1}. \quad (11)$$

Это выражение, полученное из (10) замещением соответствующих коэффициентов на их оценки и приравниванием \bar{a}_{t+1} нулю, назовем искомой функцией прогноза или предиктором.

Исходными данными для построения модели предиктора являлись: часовые расходы воды, значения биохимического потребления кислорода (БПК), взвешенных веществ и аммонийного азота. Расчет производился с использованием статистического пакета программ STATGRAPHICS plus. В качестве примера на рис. 4 представлен временной ряд концентраций биоразлагаемых веществ, измеренных в единицах БПК, $\text{мгO}_2/\text{дм}^3$. Его параметры: число членов ряда $N = 168$, диапазон изменений – от 32 до 329, среднее значение $\mu = 173,4$, стандартное отклонение $\sigma = 65,3$, коэффициент асимметрии $As = 0,14$, коэффициент эксцесса $Ex = -0,34$.

Проверка значений временного ряда на нормальность подтверждалась по нескольким критериям. В результате использования алгоритма итерационного моделирования для предиктора была выбрана модель АРСС с параметрами $p = 2, d = 0, q = 1$, константой и регрессором. Качество подгонки АРСС $(2, 0, 1)$ к исходным значениям ряда оценивалось по пяти критериям, одним из которых являлась среднеквадратичная ошибка

$$\text{RMSE} = \left(\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{a}_t^2 \right)^{1/2}, \quad (12)$$

значение которой равно $35,34 \text{ мгO}_2/\text{дм}^3$.

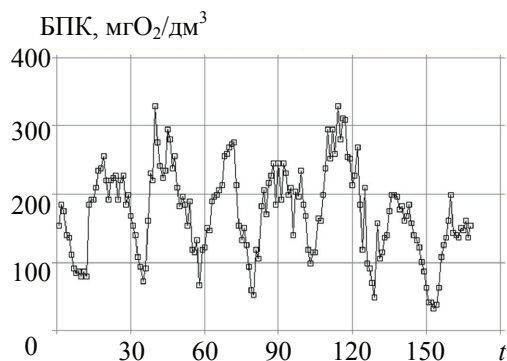


Рис. 4. Временной ряд значений БПК

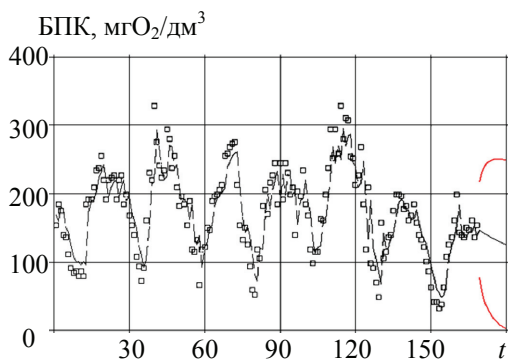


Рис. 5. Прогноз BPK по модели АРСС (2, 0, 1) с регрессором и константой:
 □ — наблюдение; --- прогноз;
 — — 95 % вероятность

Результаты прогнозирования значений BPK на 12 шагов вперед приведены на рис. 5 с обозначением 95 % доверительных интервалов, охватывающих прогнозные значения.

Проверка ошибок модели на тест белого шума проводилась по совокупному критерию согласия, в котором учитывались значения 24-х автокорреляций остаточных ошибок. Ее результаты показали, что гипотеза белого шума не может

быть отклонена с 95%-й вероятностью. Из этого следует, что все особенности временного ряда учтены в разработанной модели предиктора BPK и его можно использовать в системе управления биологической очистки.

Список литературы

1. Harris, C. J. *Modelling, Simulation and Control of Stochastic Systems with Application in Wastewater Treatment* / C. J. Harris. – Manchester, England : UMIST Control Systems Centre, 1976. – Rep. no. 329.
2. Гордин, И. В. Оптимизация химико-технологических систем очистки промышленных сточных вод / И. В. Гордин, Н. Б. Манусова, Д. Н. Смирнов. – Л. : Химия, 1977. – 176 с.
3. Рязанов, А. В. Оценка эффективной работы очистных сооружений г. Тамбова / А. В. Рязанов // Вест. Тамб. гос. ун-та. – 2013. – Т. 18, вып. 6-2. – С. 3186 – 3188.
4. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М. : Мир, 1974. – Вып. 1. – 406 с.
5. Reagen, M. K. *An Evaluation of ARIMA (Box-Jenkins) Models for Forecasting Wastewater Treatment Process Variables* : A thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Master of Science in Engineering / Reagen M. K. – University of California, Los Angeles, 1984. – 150 p.

References

1. Harris C.J. *Modelling, Simulation and Control of Stochastic Systems with Application in Wastewater Treatment*, Manchester, England: UMIST Control Systems Centre, 1976, Rep, no. 329.
2. Gordin I.V., Manusova N.B., Smirnov D.N. *Optimizatsiya khimikotekhnologicheskikh sistem ochistki promyshlennykh stochnykh vod* (Optimization of chemical processes for industrial wastewater treatment), Leningrad: Khimiya, 1977, 176 p.
3. Ryazanov A.V. *Transactions of Tambov State Technical University*, 2013, vol. 18, issue 6-2, pp. 3186-3188.
4. Boks Dzh., Dzenkins G. *Analiz vremennykh ryadov. Prognoz i upravlenie* (Time series analysis. Forecast and Control), Moscow: Mir, 1974, issue 1, 406 p.

5. Reagen M.K. An Evaluation of ARIMA (Box-Jenkins) Models for Forecasting Wastewater Treatment Process Variables : A thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree Master of Science in Engineering / Reagen M.K, University of California, Los Angeles, 1984, 150 p.

Statistic Modeling and Forecasting of Input Load Variables at Urban Wastewater Treatment Plant

N. S. Popov, O. V. Peshcherova, Chan Min Tin

Keywords: biological treatment; Box-Jenkins method; load forecast; time-series.

Abstract: The paper studies the process of change in input load on biological treatment subsystem consisting of aeration tank and settling tank. We explored the possibility of early (anticipatory) calculation of contamination in terms of upgrading the existing management system of biological treatment. A combined structure of the control system with a predictor is proposed. Modeling of the predictor is based on the time-series analysis of flow rate and concentration of pollutants; autoregressive integrated moving average (ARIMA) model based on the Box-Jenkins approach was used.

© Н. С. Попов, О. В. Пещерова, Чан Минь Тъинь, 2015