

## ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРА НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

**А. П. Прокопьев, В. И. Иванчура, Р. Т. Емельянов**

*ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет»,  
г. Красноярск*

*Рецензент д-р техн. наук, профессор С. И. Дворецкий*

**Ключевые слова и фразы:** нелинейная система; синтез ПИД-регулятора; система автоматического управления; частотный метод.

**Аннотация:** Рассмотрена методика синтеза ПИД-регулятора системы управления с нелинейностью типа «насыщение». В качестве теоретической основы методики использован частотный метод для линейных систем. Влияние нелинейности на коэффициенты регулятора уточняется имитационным моделированием в среде MATLAB+Simulink. Исследование работоспособности методики выполнено на конкретном примере электрогидравлической системы управления скоростью движения дорожного катка.

Наибольшее распространение в автоматизированных системах управления технологическими процессами получили пропорционально-интегрально-дифференцирующие (ПИД) регуляторы. Проблема синтеза регуляторов систем управления – одна из основных предметных задач теории автоматического управления. Синтез ПИД-регуляторов линейных систем управления достаточно хорошо изучен. В реальных системах автоматического управления в качестве исполнительных механизмов часто используются гидравлические приводы, имеющие признаки нелинейности. Примером нелинейности может служить ограничение энергетических возможностей насосной установки гидравлического привода – давления рабочей жидкости и производительности насоса, которое приводит к нелинейности типа «насыщение» или «ограничение» выходных сигналов гидропривода.

---

Прокопьев Андрей Петрович – кандидат технических наук, доцент кафедры инженерных систем зданий и сооружений, e-mail: prok1@yandex.ru; Иванчура Владимир Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры систем автоматизации, автоматизированного управления и проектирования»; Емельянов Рюрик Тимофеевич – доктор технических наук, профессор заведующий кафедрой инженерных систем зданий и сооружений, ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск.

Из многочисленных источников научной и технической литературы выделим следующие методы синтеза ПИД-регуляторов [1]:

- эмпирическая настройка;
- Зиглера–Никольса [2] и производные методы [3];
- алгебраические;
- модального синтеза;
- синтеза в частотной области;
- оптимального синтеза;
- оптимальной передаточной функции замкнутой системы (технический и симметричный оптимумы).

Рассмотрим нелинейную систему управления линейным объектом. *Цель исследования* – разработка методики синтеза ПИД-регулятора нелинейной системы управления.

В целях повышения качества переходного процесса путем обеспечения близкого к апериодическому характера изменения переходной характеристики требуется разработать метод синтеза ПИД-регулятора нелинейной системы управления динамическими объектами на основе частотных характеристик линейной части системы. Задача синтеза регулятора решается в прикладной области систем управления гидравлическими приводами строительных и дорожных машин. Объекты управления имеют преимущественно гидравлические приводы ходовой части, рабочего органа и т. д.

Структурная схема системы управления с нелинейным звеном типа «ограничение» приведена на рис. 1.

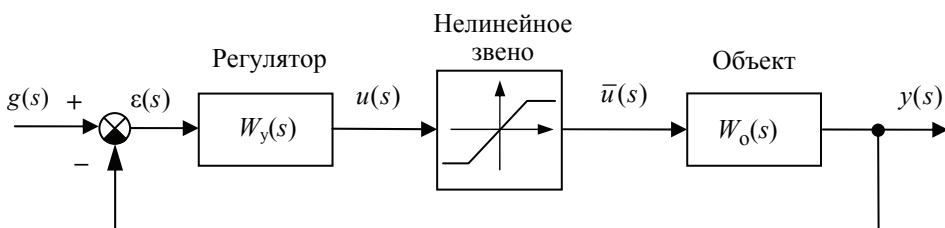
Объект регулирования имеет передаточную функцию второго порядка

$$W_o(s) = \frac{b_0}{a_0s^2 + a_1s + a_2}.$$

Передаточная функция разомкнутого контура линейной системы с ПИД-регулятором имеет вид

$$W(s) = W_y(s)W_o(s) = \frac{K_d b_0 s^2 + K_p b_0 s + K_i b_0}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s},$$

где  $W_y(s)$  – передаточная функция регулятора.



**Рис. 1. Структурная схема нелинейной системы управления:**

$g(s)$  – задающее воздействие;  $\varepsilon(s)$  – ошибка регулирования;  
 $u(s)$  – управляющее воздействие;  $\bar{u}(s)$  – управляющее воздействие с учетом влияния нелинейного звена;  $y(s)$  – выходная регулируемая величина

Величины насыщения и вид используемой нелинейной характеристики обусловлены особенностями конструкции применяемого гидравлического насоса (регулируемого, нерегулируемого). Управление осуществляется изменением сигнала управления давлением насоса.

При нулевых начальных условиях диапазон изменения сигнала, задающего воздействия на систему, определяется ограничением выходной переменной нелинейного элемента единичным отрицательным либо положительным значениями. Поэтому заданное значение выходной регулируемой переменной (в нашем случае скорости вращения гидромотора) также ограничено значениями коэффициента передачи объекта управления  $W_0(0)$ , что не противоречит практике.

Следовательно

$$|g(t)| \leq W_0(0). \quad (1)$$

При ненулевых начальных условиях диапазон изменения сигнала выходной переменной системы также ограничен похожим на (1) выражением

$$|\Delta y(t)| \leq W_0(0), \quad (2)$$

что накладывает ограничение ненулевых начальных условий  $y(0)$  на возможное задание и приводит к изменению неравенства (1). Так, при  $g(t) > 0$  и  $y(0) > 0$  выражение (1) в соответствии с (2) имеет вид

$$g(t) \leq W_0(0) + y(0).$$

Данное выражение сохранится и при  $y(0) < 0$ . Откуда следует, что при отрицательных значениях нулевого условия и  $g(t) > 0$  справедливо неравенство  $|y(0)| < W_0(0)$ .

Подобные выражения могут быть получены и при  $g(t) < 0$ . Так, если при этом  $y(0) < 0$ , то (1) с учетом (2) имеет вид

$$g(t) \geq -W_0(0) + y(0).$$

Данное выражение сохранится и при  $y(0) > 0$ . Откуда следует, что при положительных значениях нулевого условия и  $g(t) < 0$  также справедливо неравенство  $|y(0)| < W_0(0)$ .

В целях применения современного программного обеспечения и численных методов исследования определим параметры ПИД-регулятора в частотной области по методике аналитического синтеза [4] для передаточной функции объекта управления, полученной в работе [5]:

$$W_0(s) = \frac{115,05}{2,473s^2 + 10,5s + 26,98}.$$

Принимаем:

– запас устойчивости по фазе скорректированной системы  $\gamma_1 = 60^\circ$ ,

что в радианах составит  $\gamma_1 = \frac{60}{180} \pi = 1,047$  рад;

– частоту среза скорректированной разомкнутой системы  $\omega_{1cp} = 5,1 \text{ с}^{-1}$ .

Определяем ожидаемое время переходного процесса

$$t_p = \frac{8}{\omega_{1cp} \tan(\gamma_1)} = \frac{8}{5,1 \cdot 1,047} = 0,906 \text{ с.}$$

При необходимости можно задаваться временем переходного процесса в скорректированной системе, а затем определять частоту среза.

Определяем:

– модуль корректируемой системы на частоте среза и ее аргумент

$$m_1 = |W_p(\omega_{1cp})| = 1,762, \arg(W_p(\omega_{1cp})) = -2,18;$$

– аргумент корректирующего устройства на частоте среза

$$\theta = \gamma_1 - \pi - \arg(W_p(\omega_{1cp})) = 0,085;$$

– коэффициенты передачи пропорциональной, интегральной (по методике ПИД-регулятора) и дифференциальной частей корректирующего устройства соответственно:

$$K_{1p} = m_1 \cos(\theta) = 1,765;$$

$$K_{1i} = 0,1 \omega_{1cp} K_{1p} = 0,895;$$

$$K_{1d} = \frac{K_{1i}}{\omega_{1cp}^2} + \frac{m_1}{\omega_{1cp}} \sin(\theta) = 0,064.$$

Проверяем результаты синтеза по частотным характеристикам линейной разомкнутой скорректированной системы.

Логарифмические частотные характеристики разомкнутой скорректированной системы (диаграмма Боде (рис. 2)):

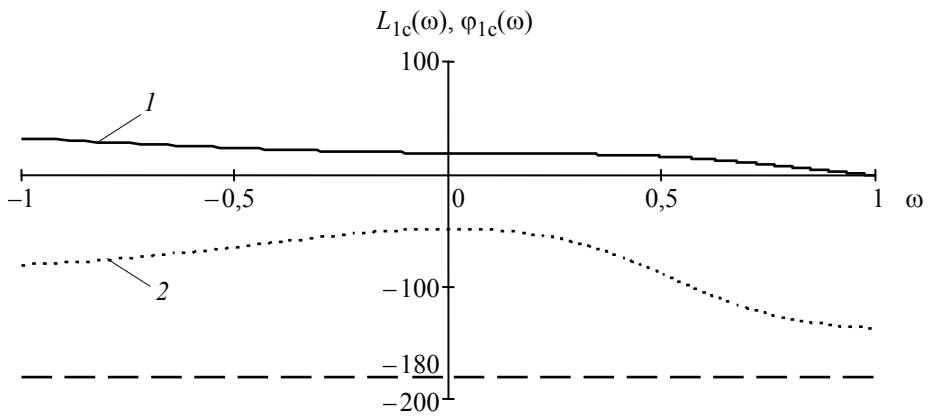
$$L_{1c}(\omega) = 20 \log(|W_{1c}(\omega)|);$$

$$\varphi_{1c}(\omega) = \arg(W_{1c}(\omega)) \frac{180}{\pi}.$$

Получены запасы устойчивости по фазе:

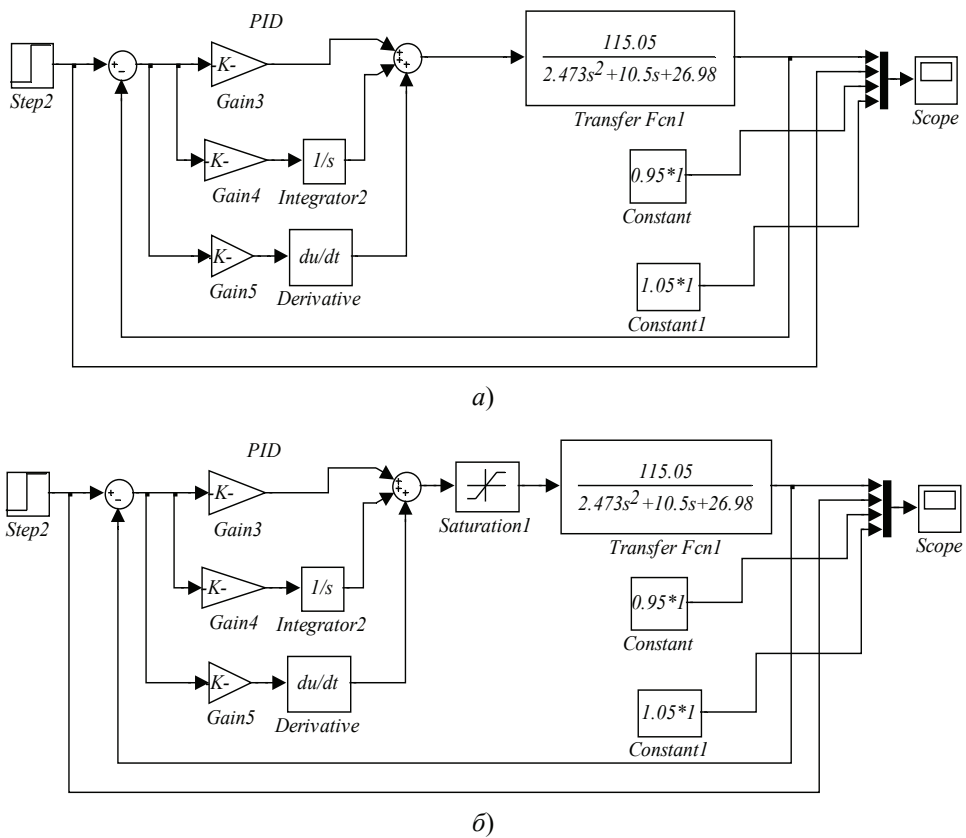
$$\gamma_{1c}(\omega) = 180 + \varphi_{1c}(\omega_{1cp});$$

$$\gamma_{1c}(\omega_{1cp}) = 60^\circ.$$

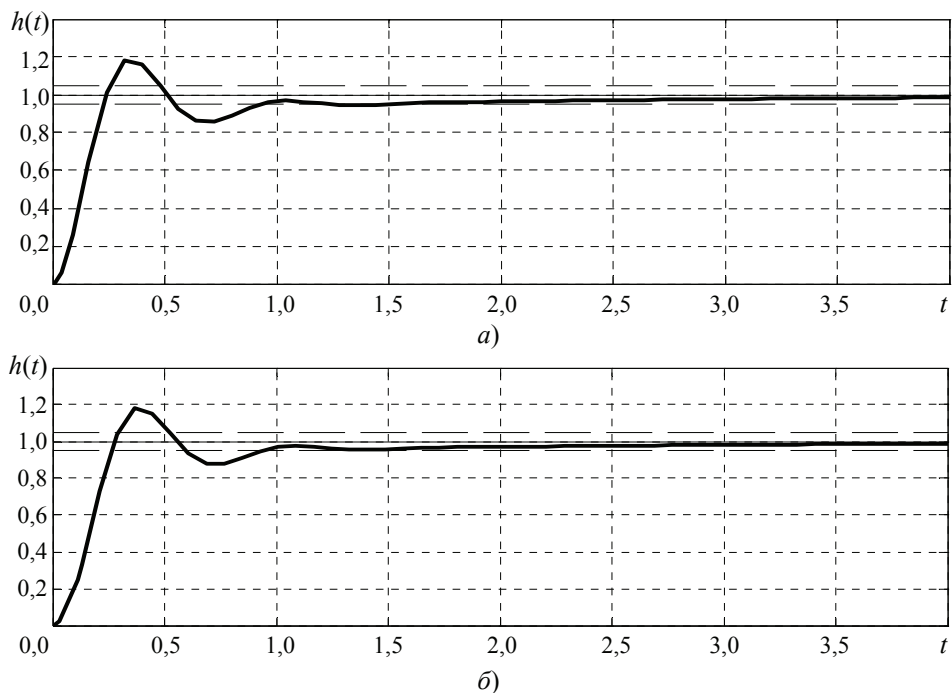


**Рис. 2.** Диаграмма Бode скорректированной системы с ПИД-регулятором:  
1 –  $L_{1c}(\omega)$ ; 2 –  $\varphi_{1c}(\omega)$

Переходные характеристики линейной и нелинейной замкнутых систем (рис. 3) получены имитационным моделированием в среде MATLAB+Simulink (рис. 4). Параметры ПИД-регулятора:  $K_p = 1,756$ ;  $K_i = 0,895$ ;  $K_d = 0,064$ ; перерегулирование  $\sigma = 18\%$ ;  $t_p = 0,9$  с.



**Рис. 3.** Имитационная модель системы управления с ПИД-регулятором:  
а – линейной; б – нелинейной



**Рис. 4. Переходные характеристики линейной (а) и нелинейной (б) замкнутых систем**

Сравнивая полученные переходные характеристики, приходим к выводу, что нелинейность типа «ограничение» при синтезированных параметрах ПИД-регулятора не оказывает существенного влияния на вид переходной характеристики.

Рассмотренная методика синтеза приводит к получению переходных характеристик с перерегулированием, что не всегда желательно, например, для гидравлических приводов из-за возможных гидравлических ударов. Снижение величины перерегулирования достигается изменением полученных параметров регулятора.

В качестве критерия оценки параметров рассмотрим квадратичную интегральную оценку качества переходного процесса  $J_{20}$  [6–8 и др.], значения которой определяют по параметрам в изображении Лапласа для свободной составляющей ошибки регулирования  $E(s)$ .

В нашем случае  $E(s)$  выражается через параметры передаточных функций объекта управления и регулятора

$$E(s) = \frac{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}{a_0 s^3 + (a_1 + K_{1d} b_0) s^2 + (a_2 + K_{1p} b_0) s + K_{1i} b_0}.$$

Тогда соответствующая квадратичная интегральная оценка качества  $J_{20}$  имеет вид

$$J_{20}(d_1, d_2, d_3) = \frac{c_0^2 d_3 d_2 + (c_1^2 - 2c_0 c_2) d_3 d_0 + c_0^2 d_1 d_0}{2d_0 d_3 (d_1 d_2 - d_0 d_3)},$$

где  $c_0 = a_0$ ,  $c_1 = a_1$ ,  $c_2 = a_2$ ,  $d_0 = a_0$ ;  $d_1 = a_1 + K_{1d} b_0$ ,  $d_2 = a_2 + K_{1p} b_0$ ,  $d_3 = K_{1i} b_0$ .

Переходная характеристика рассматриваемой нелинейной замкнутой системы с нелинейностью типа «ограничение» представлена на рис. 5, *а*. Параметры ПИД-регулятора:  $K_p = 2,634$ ;  $K_i = 0,722$ ;  $K_d = 0,41$ ;  $J_{20} = 0,035$ . Время переходного процесса  $t_p = 0,65$ .

Из полученной переходной характеристики вытекает вывод, необходимый для дальнейшего исследования – важно, что характер процесса апериодический, перерегулирование отсутствует. Это обеспечивает и апериодическое изменение ошибки регулирования, которая не меняет знака. Данное обстоятельство не изменяет характер передачи информации при переходе от линейной системы к нелинейной.

Переходная характеристика линейной замкнутой системы (см. рис. 3, *а*) представлена на рис. 5, *б*. Параметры ПИД-регулятора:  $K_p = 2,634$ ;  $K_i = 1,445$ ;  $K_d = 0,615$ ;  $J_{20} = 0,022$ . Время переходного процесса  $t_p = 0,65$ .

Вывод: в линейной системе получено небольшое перерегулирование.

Результаты имитационного моделирования показывают, что даже незначительное перерегулирование в соответствующей линейной системе приводит к потере управляемости в нелинейной системе со звеном типа «ограничение», что рассмотрено выше.

Важно также отметить, что апериодический характер процесса наиболее благоприятен для гидравлических приводов. За счет этого обеспечивается уменьшение гидравлических ударов.

Звено типа «ограничение» характерно для моделей реальных нелинейных систем управления – гидравлических приводов.

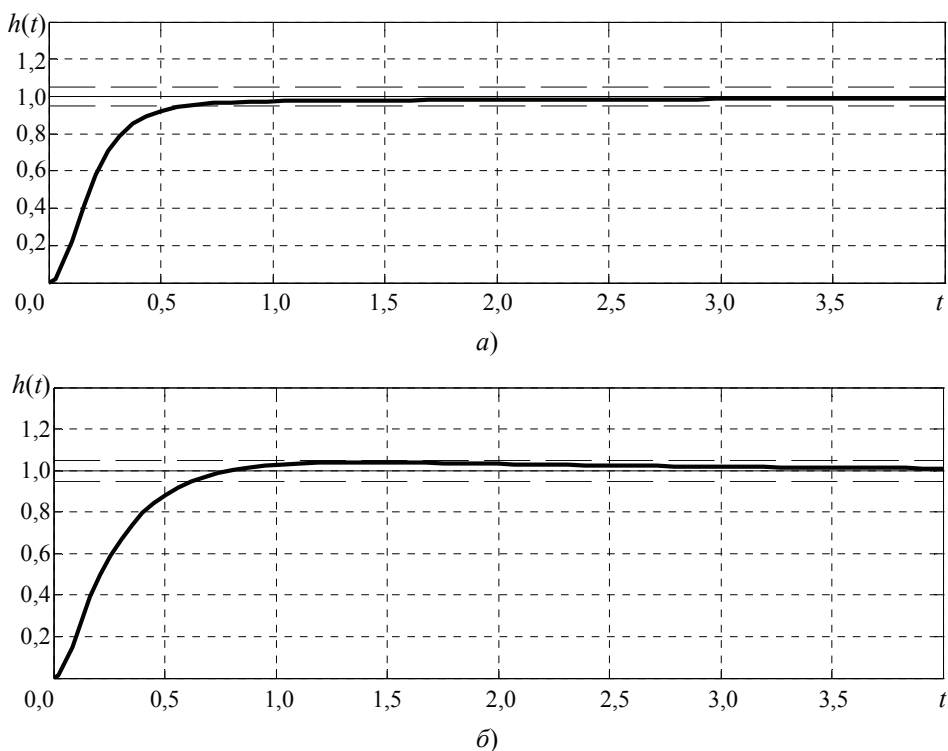


Рис. 5. Переходные характеристики нелинейной (*а*) и линейной (*б*) замкнутых систем после изменения параметров ПИД-регулятора

Таким образом, для исследуемого варианта модели системы управления с нелинейным элементом типа «ограничение» параметры регулятора должны выбираться так, чтобы в соответствующей линейной системе отсутствовало перерегулирование.

Новизна метода синтеза ПИД-регулятора нелинейной системы автоматического управления заключается в предложении «критерия характера динамического процесса» при перерегулировании  $\sigma$  близком к 0 %, что возможно при значениях действительных частей корней характеристического уравнения по модулю много больше их мнимых частей  $|\operatorname{Re}(S_k)| \gg |\operatorname{Im}(S_k)|$ .

Задача исследователя при синтезе ПИД-регулятора системы управления с нелинейным элементом заключается в обеспечении близкого к апериодическому характера изменения переходной характеристики.

#### Список литературы

1. Александров, А. Г. Самонастраивающийся ПИД-И регулятор [Электронный ресурс] / А. Г. Александров, М. В. Паленов // Семинар лаборатории 7 ИПУ РАН, Москва, 14 декабря 2010 г. – Режим доступа : [https://sites.google.com/site/lab7seminar/archive/2010-2/2010\\_12\\_14-M\\_V\\_Palenov.pdf?attredirects=0](https://sites.google.com/site/lab7seminar/archive/2010-2/2010_12_14-M_V_Palenov.pdf?attredirects=0) (дата обращения: 19.01.2015).
2. Ziegler, J. G. Optimum Settings for Automatic Controllers / J. G. Ziegler, N. B. Nichols // *Trans. ASME*. – 1942. – No. 64. – P. 759 – 768.
3. Astrom, K. J. Advanced PID Control / K. J. Astrom, T. Hagglund. – Research Triangle Park, NC 27709: ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006. – 354 p.
4. Филипс, Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филипс, Р. Харбор. – М. : Лаб. базовых знаний, 2001. – 616 с.
5. Прокопьев, А. П. Модель процесса управления скоростью движения катка / А. П. Прокопьев, В. И. Иванчура, Р. Т. Емельянов // Решетневские чтения : материалы XVI междунар. науч. конф., посвящ. памяти генер. конструктора ракет.-космич. систем акад. М. Ф. Решетнева (7 – 9 ноября 2012, г. Красноярск) : в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красноярск, 2012. – Ч. 1. – С. 268 – 269.
6. Теория автоматического управления. В 2 ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / под ред. А. А. Воронова. – М. : Высшая школа, 1986. – 367 с.
7. Воронов, А. А. Основы теории автоматического управления: Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем / А. А. Воронов. – М. : Энергия, 1980. – 312 с.
8. Лукас, В. А. Теория автоматического управления / В. А. Лукас. – М. : Недра, 1990. – 416 с.

#### References

1. [https://sites.google.com/site/lab7seminar/archive/2010-2/2010\\_12\\_14-M\\_V\\_Palenov.pdf?attredirects=0](https://sites.google.com/site/lab7seminar/archive/2010-2/2010_12_14-M_V_Palenov.pdf?attredirects=0) (accessed 19 January 2015).
2. Ziegler J.G., Nichols N.B. *Trans. ASME*, 1942, no. 64, pp. 759-768.
3. Astrom K.J., Hagglund T. *Advanced PID Control*, Research Triangle Park, NC 27709: ISA - The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006, 354 p.



4. Filips, Ch., Kharbor R. *Sistemy upravleniya s obratnoi svyaz'yu* (System feedback control), Moscow: Laboratoriya bazovykh znaniy, 2001, 616 p.

5. Prokop'ev A.P., Ivanchura V.I., Emel'yanov R.T. *Reshetnevskie chteniya* (Reshetnev reading), Proceedings of the XVI International Conference, Krasnoyarsk, 7-9 November 2012, part 1 of 2, pp. 268-269.

6. Voronov A.A. (Ed.) *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Ch. I. Teoriya lineinykh sistem avto-maticheskogo upravleniya* (Automatic Control Theory. Part I of 2. The theory of linear systems of automatic control), Moscow: Vysshaya shkola, 1986, 367 p.

7. Voronov A.A. *Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya: Avtomaticheskoe regulirovanie nepreryvnykh lineinykh sistem* (Fundamentals of the theory of automatic control: Automatic control of continuous linear systems), Moscow: Energiya, 1980, 312 p.

8. Lukas V.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (Automatic Control Theory), Moscow: Nedra, 1990, 416 p.

---

## Features of Synthesis of Nonlinear Control System Regulators

A. P. Prokopyev, V. I. Ivanchura, R. T. Emelyanov

*Siberian Federal University, Krasnoyarsk*

**Key words and phrases:** automated control system; frequency method; non-linear system; synthesis of PID control.

**Abstract:** The paper explored the method of synthesis of the PID control system with the nonlinearity of the “saturation”. As a theoretical basis for the methodology we used the frequency method for linear systems. The effect of nonlinearity on the factors was specified by controller simulation modeling in MATLAB+Simulink. The working capacity of the research methodology was performed on a specific example of electro-hydraulic control system of road roller velocity.

---

© А. П. Прокопьев, В. И. Иванчура, Р. Т. Емельянов, 2014

*Статья поступила в редакцию 02.11.2014 г.*