

О МНОГОЗНАЧНОСТИ В СИЛЛОГИСТИКЕ

О. И. Сидоренко

ООО НПП «Анфас», г. Саратов

Рецензент д-р техн. наук, профессор С. И. Дворецкий

Ключевые слова и фразы: многозначность; многосмысловость; моделирование умозаключений; теоретико-множественные отношения; силлогистика.

Аннотация: Показана природа многозначности в силлогистике, предложены пути и рассмотрены примеры ее преодоления при формализации умозаключений.

Введение

Силлогистика как раздел логики, занимающийся умозаключениями о свойствах предметов, оперирует с суждениями, очень близкими по структуре с предложениями естественного языка, для которого характерна многозначность (например синонимы и омонимы обычного разговорного языка). Многозначность в силлогистике касается не только отдельных слов, но и целых предложений и разделяется на две категории: неоднозначность и многосмысловость.

Неоднозначность заключается в следующем: различающимся по форме суждениям соответствуют одни и те же условия истинности. Например, суждения Аристотеля типа A : « $\forall S$ есть P » и « $\forall S$ не есть не P », S – субъект суждения, P – предикат.

Многосмысловость состоит в том, что одним и тем же выражениям соответствуют разные условия истинности. Например, указанное выше суждение A истинно на двух отношениях между терминами со стороны их объемов: при равнозначности S и P и при включении S в P .

Отметим, что многозначность в силлогистике касается только логических форм суждений. Суждения с конкретными терминами вполне однозначны, например: «Все равносторонние треугольники есть равноугольные треугольники» и «Все люди смертны».

Известно, что многозначность значительно затрудняет получение правильных умозаключений в силлогистике [1]. В настоящей работе вскрывается природа многозначности в силлогистике и рассматриваются известные, а также предложенные эффективные методы ее преодоления при формализации умозаключений.

Сидоренко Олег Иванович – кандидат физико-математических наук, главный конструктор, ООО НПП «Анфас», e-mail: npp.anfas@mail.ru, г. Саратов.

Природа многозначности в силлогистике

Из приведенных выше примеров следует, что в традиционной силлогистике неоднозначность и многосмысловость могут встречаться одновременно. Из таблицы 1, в которой представлены все возможные логические формы суждений А. де Моргана в традиционной негативной силлогистике

Таблица 1

Логические формы суждений традиционной негативной силлогистики

Обозначение класса эквивалентности суждения	Логическая форма суждения	Условия истинности суждения
1	2	3
$A = A_{SP} = A_{P'S'} = E_{SP'} = E_{P'S}$	Все S есть P Все не P есть не S Все S не есть не P Все не P не есть S	9, 13
$A^* = A_{S'P'} = A_{PS} = E_{S'P} = E_{PS'}$	Все не S есть не P Все P есть S Все не S не есть P Все P не есть не S	9, 11
$E = A_{SP'} = A_{PS'} = E_{SP} = E_{PS}$	Все S есть не P Все P есть не S Все S не есть P Все P не есть S	6, 14
$E^* = A_{S'P} = A_{P'S} = E_{S'P'} = E_{P'S'}$	Все не S есть P Все не P есть S Все не S не есть не P Все не P не есть не S	6, 7
$I = I_{SP} = I_{PS} = O_{SP'} = O_{P'S'}$	Некоторые S есть P Некоторые P есть S Некоторые S не есть не P Некоторые P не есть не S	7, 9, 11, 13, 15
$I^* = I_{S'P'} = I_{P'S'} = O_{S'P} = O_{P'S}$	Некоторые не S есть не P Некоторые не P есть не S Некоторые не S не есть P Некоторые не P не есть S	9, 11, 13, 14, 15
$O = I_{SP'} = I_{PS'} = O_{SP} = O_{P'S'}$	Некоторые S есть не P Некоторые не P есть S Некоторые S не есть P Некоторые не P не есть не S	6, 7, 11, 14, 15
$O^* = I_{S'P} = I_{P'S} = O_{S'P'} = O_{P'S}$	Некоторые не S есть P Некоторые P есть не S Некоторые не S не есть не P Некоторые P не есть S	6, 7, 13, 14, 15

Примечания:

- 1) «Все» в смысле «всякие», «Некоторые» в смысле «некоторые или все»;
- 2) 6, 7, 9, 11, 13, 14 и 15 – десятичные коды теоретико-множественных отношений противоречивости, дополнителности, равнозначности, включения P в S, включения S в P, соподчинения и независимости соответственно между терминами S и P суждений со стороны их объемов.

с ограничениями на термины в части непустоты и неуниверсальности, следует, что многозначность в силлогистике затрагивает любую из приведенных логических форм.

Выдающийся польский логик и математик Альфред Тарский писал, что понимать суждение означает знать его условия истинности [2]. Поэтому естественно считать суждения, имеющие одинаковые условия истинности, эквивалентными (см. табл. 1, столбец № 1).

Запрет на использование отрицательных терминов в традиционной позитивной силлогистике связан с отсутствием в указанной силлогистике фиксации (ограничения) универсума рассуждений. При этом отрицание термина, соответствующего какому-либо понятию, означает любой другой предмет из окружающего нас мира и поэтому из-за своей неопределенности не может быть принято в логике.

Пути преодоления многозначности

Многозначность, сама по себе, еще не есть недостаток, но содержит потенциальную возможность логической ошибки [3]. Ряд авторов предложили альтернативный аристотелевскому выбор ортогонального (атомарного) базиса силлогистики, обладающего логической полнотой, в котором каждая логическая форма суждения истинна только на одном единственном отношении между терминами [1, 4]. В таблице 2 в графической форме представлены все возможные теоретико-множественные отношения между терминами суждений в традиционной силлогистике с ограничениями на термины, известные как отношения Кейнса или расширенные жергонновы отношения.

Для указанных отношений можно предложить отсутствующие в [1, 4] выражения на естественном языке в виде суждений с квантификацией и предиката, и субъекта:

Отношение № 6 – Все S есть все не P.

Отношение № 7 – Все не S есть некоторые, но не все P.

Отношение № 9 – Все S есть все P.

Отношение № 11 – Некоторые, но не все S, есть все P.

Отношение № 13 – Все S есть некоторые, но не все P.

Отношение № 14 – Все S есть некоторые, но не все не P.

Отношение № 15 – Некоторые, но не все S и не все не S есть некоторые, но не все P.

Однако полностью избавиться от многосмысловости таким путем не удастся. Исследования показывают, что многосмысловость рождается при взаимодействии терминов со стороны их объемов даже в односмысловых посылках. И таких случаев не единицы, а 17 из 49 возможных, что составляет почти 35 % (табл. 3) [5].

Возможно запретить использование многосмысловых суждений или сделать вид, что их не существует, но отражение реальной действительности без этого в логике будет не полным и не адекватным.

Таблица 2

Теоретико-множественные отношения

Номер отношения	Наименование и формула отношения	Линейная диаграмма отношения	Диаграмма Эйлера отношения
6	Противоречивость $S'P + SP'$		
7	Дополнительность $S + P$		
9	Равнозначность $SP + S'P'$		
11	Включение P в S $S + P'$		
13	Включение S в P $S' + P$		
14	Соподчинение $S' + P'$		
15	Независимость 1		

Таблица 3

Результирующие отношения в традиционной силлогистике

№	Посылки	Заключение	№	Посылки	Заключение	№	Посылки	Заключение
1	6, 6	9	18	9, 11	11	35	13, 15	13, 14, 15
2	6, 7	13	19	9, 13	13	36	14, 6	13
3	6, 9	6	20	9, 14	14	37	14, 7	13
4	6, 11	14	21	9, 15	15	38	14, 9	14
5	6, 13	7	22	11, 6	7	39	14, 11	14
6	6, 14	11	23	11, 7	7	40	14, 13	6, 7, 13, 14, 15
7	6, 15	15	24	11, 9	11	41	14, 14	9, 11, 13, 14, 15
8	7, 6	11	25	11, 11	11	42	14, 15	13, 14, 15
9	7, 7	7, 9, 11, 13, 15	26	11, 13	7, 9, 11, 13, 15	43	15, 6	15
10	7, 9	7	27	11, 14	6, 7, 11, 14, 15	44	15, 7	7, 13, 15
11	7, 11	6, 7, 11, 14, 15	28	11, 15	7, 11, 15	45	15, 9	15
12	7, 13	7	29	13, 6	14	46	15, 11	11, 14, 15
13	7, 14	11	30	13, 7	6, 7, 13, 14, 15	47	15, 13	7, 13, 15
14	7, 15	7, 11, 15	31	13, 9	13	48	15, 14	11, 14, 15
15	9, 6	6	32	13, 11	9, 11, 13, 14, 15	49	15, 15	6, 7, 9, 11, 13, 14, 15
16	9, 7	7	33	13, 13	13			
17	9, 9	9	34	13, 14	14			

Создатель троичной ЭВМ «Сетунь» отечественный ученый Н. П. Брусенцов в связи с этим писал: «Аристотель ведь построил силлогистику в естественном языке, только что ввел в него буквы в качестве абстрактных терминов» [6]. Он не мог в то время предложить формы суждений, смысл которых был бы иной, хотя с их помощью и можно выразить любой смысл. До настоящего времени предпочтительно использовать только булевы И, ИЛИ, НЕ, а не другие функционально полные наборы логических связей, удовлетворяющие условиям полноты Поста, например, одну единственную логическую связку И–НЕ. В своей книге Н. П. Брусенцов пишет по этому поводу: «Так вот, никакой необходимости в особом метаязыке с иной логикой нет. В роли языка исследователя вполне может выступать и практически выступает естественный язык, представляющий собой одно из воплощений все той же единственной в этом мире логики. Ссылки на его неоднозначность, которыми оправдывают необходимость специального метаязыка, не представляются убедительными. Во-первых, неоднозначность непременно возникает, как оказалось, и в языке с однозначно определенным базисом. Во-вторых, неоднозначность выражения того, что, в сущности, однозначно, объясняется обычно не слабостью языка, а неаккуратным его использованием» [6].

У Аристотеля заключение основано исключительно на информации, содержащейся в посылках, точнее, на смысле логических форм базисных суждений, который определяется их условиями истинности в различных

отношениях между терминами с учетом трактовки кванторных слов. Он не использует никаких дополнительных знаний о понятиях – терминах силлогизма из жизненного опыта, как это предлагают делать противники так называемых интегрированных заключений, стремясь резко сократить число вариантов расчета, с полным множеством которых их методы не справляются, и поэтому не могут гарантировать любому человеку минимум правильных выводов по критерию общезначимости без знаний предметной области. Конкретизируя содержание посылок, они потеряли величайшее достижение Аристотеля, заключающееся в том, что в его правильных модусах заключение будет следовать из посылок всегда, какой бы конкретный термин не был избран вместо букв. Это не ошибка Аристотеля и даже не недостаток его теории, а, наоборот, самое главное его достижение. Он вполне осознанно пошел на этот шаг ради получения общезначимых заключений, верных при любых понятиях в качестве терминов и при самом широком из всех возможных универсумов рассуждения – для всего мира. Введение букв вместо конкретных терминов – это и есть та революция в математике, которую совершил Аристотель, резко сократив тем самым число подлежащих анализу случаев, а уходить от имеющихся в языке многосмысловостей, указывающих, как правило, лишь на многовариантность решения, значит резко ограничивать круг решаемых в логике задач.

Следовательно борьба с многосмысловостью путем выбора базиса силлогистики в общем и целом не имеет смысла. Нужны методы, позволяющие справляться с многозначностью суждений, среди которых семантический метод вычисления результирующих отношений [5] и аналитический метод решения силлогизмов [7].

Примеры преодоления многозначности

Первым из предложенных методов была построена силлогистика из суждений А. де Моргана [8]. Результаты построения для первой фигуры силлогизма представлены в таблице 4, где в скобках указаны результаты слабых модусов. Заключения силлогизмов в модусах остальных трёх фигур могут быть получены благодаря силлогистической полноте базисного множества суждений А. де Моргана из модусов первой фигуры путём взаимной замены суждений $A \leftrightarrow A^*$ и $O \leftrightarrow O^*$ в соответствующих фигурам посылок [8].

Анализ данных табл. 4 позволяет сделать следующие выводы:

– в негативной силлогистике имеются правильные модусы, посылки которых не содержат терминных отрицаний, а заключения содержат:

$$A, A \rightarrow I^*, \quad E, E \rightarrow I^*, \quad O, E \rightarrow I^*;$$

– в негативной силлогистике выполняются не все правила традиционной силлогистики, например: «Из двух отрицательных суждений никакое заключение не следует». В негативной силлогистике имеем: $E, E \rightarrow I^*$ (см. табл. 4, строка № 15).

Например:

Ни один преподаватель не является студентом

Ни один студент не является академиком

Некоторые не преподаватели являются не академиками.

Таблица 4

Правильные модусы силлогистики из суждений А. де Моргана

№ п/п	Посылки mp – sm	Заключения sp	№ п/п	Посылки mp – sm	Заключения sp
1	A, A	A (I, I*)	17	E, I	O
2	A, A*	I	18	E, O*	I*
3	A, E	O*	19	E*, A	O*
4	A, E*	E* (O, O*)	20	E*, A*	E* (O, O*)
5	A, I	I	21	E*, E	A (I, I*)
6	A, O*	O*	22	E*, E*	I
7	A*, A	I*	23	E*, I*	O*
8	A*, A*	A* (I, I*)	24	E*, O	I
9	A*, E	E (O, O*)	25	I, A*	I
10	A*, E*	O	26	I, E	O*
11	A*, I*	I*	27	I*, A	I*
12	A*, O	O	28	I*, E*	O
13	E, A	E (O, O*)	29	O, A*	O
14	E, A*	O	30	O, E	I*
15	E, E	I*	31	O*, A	O*
16	E, E*	A* (I, I*)	32	O*, E*	I

Рассмотрим решение теста Ф. Джонсон-Лорда и М. Сидмена [9] вторым из предложенных методов, наглядно демонстрирующим глубокую связь традиционной и символической логики.

Ни один химик не является пчеловодом

Некоторые пчеловоды – художники

?

1. Приводим посылки к стандартной форме, для чего необходимо:

– выявить субъект и предикат в каждой посылке и заменить глагол, относящийся к субъектам посылок, глаголом-связкой в утвердительной или отрицательной форме «есть» или «не есть» соответственно;

– где надо установить и заменить знаки количества в посылках на кванторные слова «всякий» или «некоторый» в единственном или множественном числе;

– расположить составные части суждения в каждой из посылок в следующем порядке: кванторное слово, субъект, глагол-связка, предикат.

Имеем:

Всякий химик не есть пчеловод

Некоторые пчеловоды есть художники.

2. Записываем посылки в символической форме, для чего необходимо:

– выявить средний термин силлогизма (понятие, которое входит в обе посылки в утвердительной или отрицательной форме) и обозначить его буквой m (m');

– то понятие в первой посылке, которое не является средним термином в утвердительной (m), либо отрицательной (m') форме, обозначить буквой s (s'), а во второй посылке – буквой p (p');

– если понятия, выступающего в роли среднего термина, не находится или оно не единственное, то из данных посылок никакое заключение не следует.

Имеем:

Всякий s не есть m
Некоторые m есть p .

3. Формализуем посылки, то есть по таблице 1 возможных логических форм категорических суждений находим соответствующие посылкам логические формы с их условиями истинности в виде перечисления номеров отношений между терминами со стороны их объемов, на которых истинны данные суждения, то есть в виде подмножества семи отношений Кейнса:

$$6 = s'p + sp', 7 = s + p, 9 = sp + s'p', 11 = s + p', 13 = s' + p, 14 = s' + p', 15 = 1$$

где «+» – логическая операция «ИЛИ».

При этом термин с буквой m в первой посылке надо временно заменить на термин с буквой p , а во второй – на термин с буквой s .

4. Вычисляем конъюнкции булевых формул для всех возможных пар отношений первой и второй посылок силлогизма (то есть для декартового произведения отношений) по правилам булевой алгебры, устрояем в полученных выражениях средний термин m (m') путем его замены на 1 для членов со связанными m и на i для свободных членов и представляем результаты вычислений в совершенной дизъюнктивной нормальной форме.

Имеем:

$$6 \text{ И } 7 = (s'm + sm')(m + p) = ms' + ms'p + m'sp = s' + p = \underline{s'p} + s'p' + sp;$$

$$6 \text{ И } 9 = (s'm + sm')(mp + m'p') = ms'p + m'sp' = \underline{s'p} + sp';$$

$$6 \text{ И } 11 = (s'm + sm')(m + p') = ms' + ms'p + m'sp' = s' + p' = \underline{s'p} + s'p' + sp';$$

$$6 \text{ И } 13 = (s'm + sm')(m' + p) = m's + ms'p + m'sp = s + p = sp + sp' + \underline{s'p};$$

$$6 \text{ И } 15 = (s'm + sm') \cdot 1 = s'm + sm' = 1 = sp + sp' + \underline{s'p} + s'p';$$

$$14 \text{ И } 7 = (s' + m')(m + p) = ms' + m'p + s'p = s' + p = \underline{s'p} + s'p' + sp;$$

$$14 \text{ И } 9 = (s' + m')(mp + m'p') = ms'p + m's'p' + m'p' = s' + p' = \underline{s'p} + s'p' + sp';$$

$$14 \text{ И } 11 = (s' + m')(m + p') = ms' + s'p' + m'p' = s' + p' = \underline{s'p} + s'p' + sp';$$

$$14 \text{ И } 13 = (s' + m')(m' + p) = m's' + m' + s'p + m'p = \underline{s'p} + i$$

$$14 \text{ И } 15 = (s' + m') \cdot 1 = s' + m' = s' + i = \underline{s'p} + s'p' + i.$$

5. Выписываем из полученных выражений общие для них единичные наборы и общие нулевые наборы (не содержащие буквы i).

Имеем:

Общий единичный набор $s'p$ (подчеркнут в вычислениях по п. 4).

Общих нулевых наборов нет.

6. Записываем полученный результат после стрелки, перечислив все функторы типа частотного функтора I с индексами общих единичных наборов результата вычислений и все функторы типа общего функтора E с терминными индексами отсутствующих в результате общих наборов (то есть нулевых наборов терминных переменных). При необходимости переходим от функторов типа I или E к функторам типа O или A по соотношениям таблицы 1.

Имеем:

$$Esm(6, 14), Imp(7, 9, 11, 13, 15) \rightarrow Is'p.$$

При отсутствии в результатах вычислений по п. 4 общих единичных либо нулевых наборов терминных переменных силлогизм решений (то есть необходимых заключений) не имеет, в этом случае после стрелки надо поставить прочерк.

7. Переходим от логических форм полученных заключений к стандартным формам суждений на естественном языке подстановкой в раскрытую логическую форму заключения вместо букв соответствующих им понятий.

Имеем:

Некоторые не химики есть художники.

8. Переходим от стандартной формы заключения к общеупотребляемым выражениям на естественном языке.

Имеем с учетом посылок:

Ни один химик не является пчеловодом

Некоторые пчеловоды – художники.

Некоторые не химики – художники.

На основании соотношений $Is'p = Ips' = Ops = Os'p'$ из таблицы 1 возможна еще одна формулировка правильного ответа: «Некоторые художники – не химики», которая получается, если при решении переставить посылки силлогизма местами.

Представляют интерес результаты тестирования [9]: из 20 испытуемых 12 заявили, что из данных посылок нельзя сделать никакого однозначного вывода и лишь двое смогли дать правильный ответ.

Заключение

Многозначность в силлогистике вполне преодолима с сохранением многовариантности решений при использовании соответствующих формальных методов, позволяющих не только эффективно решать силлогизмы, но и осуществлять моделирование и компьютеризацию рассуждений в силлогистике [10].

Список литературы

1. Сметанин, Ю. М. Ортогональный базис силлогистики / Ю. М. Сметанин // Вестн. Удмурт. университета. Математика. Механика. Компьютер. науки. – 2009. – Вып. № 4. – С. 155 – 166.
2. Тарский, А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук / А. Тарский. – М. : Изд-во иностр. лит., 1948. – 326 с.
3. Ивин, А. А. Логика : учеб. для гуманитар. фак. / А. А. Ивин. – М. : Фаир-Пресс, 1999. – 320 с.
4. Лобанов, В. И. Русская логика – индикатор интеллекта / В. И. Лобанов. – М. : Рус. правда, 2012. – 320 с.
5. Сидоренко, О. И. О правилах порождения результирующих отношений и модельных схемах в силлогистике / О. И. Сидоренко // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-19 : XIX Междунар. науч. конф. : сб. тр. : в 10 т. / Воронеж. гос. технол. акад. – Воронеж, 2006. – Т. 7. – С. 163 – 166.
6. Брусенцов, Н. П. Начала информатики / Н. П. Брусенцов. – М. : Фонд «Новое тысячелетие», 1994. – 176 с.
7. Сидоренко, О. И. Об аналитическом методе решения силлогизмов / О. И. Сидоренко // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ – 26 : XXVI междунар. науч. конф. : сб. тр. : в 10 т. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Саратов. гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю. А. [и др.]. – Саратов, 2013. – Т. 2. – С. 76 – 77.
8. Сидоренко, О. И. Основы универсальной силлогистики / О. И. Сидоренко. – Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2007. – 192 с.

9. Бахтияров, К. И. Логические основы компьютеризации умозаключений / К. И. Бахтияров ; Моск. ин-т инженеров с.-х. пр-ва им. В. П. Горячкина. – М. : МИИСП, 1986. – 95 с.

10. Сидоренко, О. И. Моделирование естественных рассуждений в силлогистике / О. И. Сидоренко // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-27 : XXVII Междунар. науч. конф. : сб. тр. : в 12 т. / М-во образования и науки Рос. Федерации, Саратов. гос. техн. ун-т им. Гагарина Ю. А. [и др.]. – Тамбов, 2014. – Т. 3. – С. 110 – 113.

References

1. Smetanin Y.M. *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2009, no. 4, pp. 155-166.

2. Tarski A. *Introduction to Logic and Methodology of Deductive Sciences*, Second Edition, New York: Dover Publications, Inc., 1946.

3. Ivin A.A. *Logica* (Logic), Moscow: Fair-Press, 1999, 320 p.

4. Lobanov V.I. *Russkaya logika – indikator intellekta* (Russian logic - an indicator of intellect), Moscow: Russkaya Pravda, 2012, 320 p.

5. Sidorenko O.I. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh. MMTT-19* (Mathematical Methods in Engineering and Technology. MMTT-19), Proceedings of the XIX International Scientific Conference, Voroneg, 2006, vol. 7 of 10, pp. 163-166.

6. Brusensov N.P. *Nachala informatiki* (Beginning of Informatics), Moscow: Fond “Novoetusyacheletie”, 1994, 176 p.

7. Sidorenko O.I. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh. MMTT-26* (Mathematical Methods in Engineering and Technology. MMTT-26), Proceedings of the XXVI International Scientific Conference, Saratov, 2013, vol. 2 of 10, pp. 76-77.

8. Sidorenko O.I. *Osnovy universal'noi sillogistiki* (Fundamentals of universal syllogistic), Saratov : Izdatel'stvo Saratovskogo universiteta, 2007, 192 p.

9. Baxtiyarov K.I. *Logicheskie osnovy komp'yuterizatsii umozaklyuchenii* (Logical reasoning through computerization), Moscow: Moskovskii institut inzhenerov sel'skokhozyaistvennogo proizvodstva im. V. P. Goryachkina, 1986, 95 p.

10. Sidorenko O.I., *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh. MMTT-27* (Mathematical Methods in Engineering and Technology.- MMTT-27), Proceedings of the XXVII International Scientific Conference, Saratov, 2014, Tambov, 2014, vol. 3 of 12, pp. 110-113.

About Polysemy in Syllogistics

O. I. Sidorenko

ООО НПП “Anfas”, Saratov

Key words and phrases: polysemy; multi-sense; modeling of reasoning; set-theoretic relations; syllogistics.

Abstract: The author explained the nature of polysemy in syllogistics, and the ways to overcome it, the examples of the formalization of deductions were considered.

© О. И. Сидоренко, 2014

Статья поступила в редакцию 02.11.2014 г.