

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА СУШКИ СВЕКЛОВИЧНОГО ЖОМА В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Ю.И. Шишацкий, Е.И. Голубятников,
С.Ю. Плюха, Е.С. Бунин

*ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет
инженерных технологий», г. Воронеж*

Рецензент д-р техн. наук, профессор А.Н. Остриков

Ключевые слова и фразы: адекватность; допущения; модель; периоды сушки; псевдоожигенный слой; свекловичный жом; сушка; уравнения модели.

Аннотация: Составлено полное математическое описание процесса сушки свекловичного жома в псевдоожигенном слое при постоянных входных потенциалах теплоносителя с учетом их изменения в слое.

При построении математической модели приняты следующие допущения [1].

1. В слое происходит идеальное перемешивание частиц высушиваемого жома и теплоносителя. Поэтому влагосодержание u и температура T материала, а также влагосодержание x и температура T_r воздуха изменяется только во времени и не зависят от пространственных координат, а x и T_r в самом слое и на выходе из него одинаковы.

2. Скорость подачи теплоносителя v и его начальные параметры x_n и $T_{гн}$ постоянны.

3. Отсутствуют теплопотери через стенки сушильной камеры.

4. В течение рассматриваемого периода сушки коэффициенты массо- и теплопередачи постоянны.

5. Газосодержание в слое остается постоянным.

С учетом массовых потоков влаги на входе в слой и на выходе из него уравнение баланса влаги в дифференциальной форме запишем в виде

Шишацкий Юлиан Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры промышленной энергетики; Голубятников Евгений Иванович – аспирант кафедры промышленной энергетики; Плюха Сергей Юрьевич – аспирант кафедры промышленной энергетики, email: pluh_atr@mail.ru; Бунин Евгений Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной энергетики, ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж.

$$j(x_{\text{н}} - x) = du/d\tau + \gamma dx/d\tau, \quad (1)$$

где j – удельный расход сухого воздуха, с^{-1} ; γ – удельное газосодержание псевдооживленного слоя, кг сухого воздуха/кг сухого материала.

Аналогично с учетом энтальпийных потоков на входе в слой и на выходе из него получено уравнение теплового баланса

$$\begin{aligned} j(c_{\text{г}} - c_{\text{п}}x_{\text{н}})(T_{\text{гн}} - T_{\text{г}}) = \\ = (c + c_{\text{в}}u)dT/d\tau + \gamma(c_{\text{г}} + c_{\text{п}}x)dT_{\text{г}}/d\tau - [r + c_{\text{п}}(T_{\text{г}} - T)]du/d\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где $c_{\text{в}}, c_{\text{п}}, c$ – удельные теплоемкости воды, водяного пара и сухого материала соответственно, Дж/(кг·К); r – удельная теплота испарения, Дж/кг.

Первый период сушки (период поверхностного испарения). В этом периоде на поверхности частиц воздух насыщен влагой и движущей силой массопереноса является разность между концентрацией насыщения (при температуре материала) и концентрацией пара в объеме воздуха.

Уравнение кинетики массообмена для данного периода имеет вид

$$N = \beta f(C_{\text{с}} - C), \quad (3)$$

где N – скорость сушки в первом периоде, с^{-1} ; β – коэффициент внешнего массообмена, м/с; $C_{\text{с}}, C$ – концентрация водяного пара в объеме воздуха и концентрация насыщения при температуре материала, $\text{кг}/\text{м}^3$; f – удельная поверхность частиц, $\text{м}^2/\text{кг}$.

Раскрыв значения $C_{\text{с}}$ и C , уравнение баланса влаги (1) приводим к виду

$$j(x_{\text{н}} - x_1) = -N + \gamma dx/d\tau. \quad (4)$$

Кинетика теплообмена описывается уравнением

$$\alpha f(T_{\text{г1}} - T_1) = (c + c_{\text{в}}u_1)dT_1/d\tau + N[r + c_{\text{п}}(T_{\text{г1}} - T_1)], \quad (5)$$

где α – коэффициент внешнего теплообмена, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Первый член правой части уравнения (5) представляет тепловой поток, идущий на изменение температуры частиц, а второй – на испарение влаги и повышение температуры пара от T_1 до $T_{\text{г1}}$.

Система уравнений первого периода замыкается уравнением теплового баланса, вытекающим из уравнения (2),

$$\begin{aligned} j(c_{\text{г}} + c_{\text{п}}x_{\text{н}})(T_{\text{гн}} - T_{\text{г}}) = \\ = (c + c_{\text{в}}u_1)dT_1/d\tau + \gamma(c_{\text{г}} + c_{\text{п}}x_1)dT_{\text{г}}/d\tau + [r + c_{\text{п}}(T_{\text{г}} - T_1)]N. \end{aligned} \quad (6)$$

Из накопленного опыта по конвективной сушке различных материалов известно, что температура материала T_1 изменяется лишь в самом начале процесса и, достигнув температуры мокрого термометра $T_{\text{м}}$, остается постоянной до конца первого периода. Из анализа уравнений (3)–(6) следует, что для стадии, когда $N = \text{const}$ и одновременно $T_1 = T_{\text{м}} = \text{const}$, па-

раметры воздуха в слое должны быть постоянными. Обозначив их значения для этой стадии соответствующими индексами $T_{ГМ}, x_M, x_{SM}, C_M, C_{SM}$, на основании уравнений (3)–(6) запишем:

$$N = \beta f (C_{SM} - C_M); \quad (7)$$

$$C_{SM} = \mu_{\Pi} x_{SM} p / [(x_{SM} + \mu_{\Pi} / \mu_{Г}) RT_M]; \quad (8)$$

$$C_M = \mu_{\Pi} x_M p / [(x_M + \mu_{\Pi} / \mu_{Г}) RT_{ГМ}]; \quad (9)$$

$$x_{SM} = 10^{-3} (3,46 + 0,52 t_M - 0,0119 t_M^2 + 7,05 \cdot 10^{-4} t_M^3); \quad (10)$$

$$t_M = T_M - 273;$$

$$j(x_H - x_M) = -N; \quad (11)$$

$$\alpha f (T_{ГМ} - T_M) = N[r + c_{\Pi} (T_{ГМ} - T_M)]; \quad (12)$$

$$j(c_{Г} + c_{\Pi} x_H)(T_{ГН} - T_{ГМ}) = N[(r + c_{\Pi} (T_{ГМ} - T_M))]. \quad (13)$$

Решая систему (7)–(13), находим неизвестные $N, T_M, T_{ГМ}, x_M, x_{SM}, C_M, C_{SM}$.

Интегрируя уравнение (4) с начальными условиями $x_1(0) = x_H$, получаем

$$x_1(\tau) = x_H + (N/j)[1 - \exp(-j\tau/\gamma)]. \quad (14)$$

Принимая $c + c_{\text{в}} u_1(\tau) \cong c + c_{\text{в}} u_H$, $c_{Г} + c_{\Pi} x_1(\tau) \cong c_{Г} + c_{\Pi} x_H$ и, пренебрегая величиной $c_{\Pi} (T_{Г1} - T_1)$, поскольку $r \gg c_{\Pi} (T_{Г1} - T_1)$, на основании уравнений (5), (6) получим

$$d^2 T_1 / d\tau^2 + j A' dT_1 / d\tau + j^2 B' T_1 = j T_H (j C' - N D')$$

с постоянными коэффициентами

$$A' = \gamma B' + D' / E'; \quad B' = C' T_H / T_{ГН}; \quad C' = E' T_{ГН} \alpha f / (r j \gamma);$$

$$D' = (E' / \gamma) [1 + (\alpha f / j) / (c_{Г} + c_{\Pi} x_H)]; \quad E' = (r / T_H) / (c + c_{\text{в}} u_H),$$

решением которого при начальных условиях

$$T_1(0) = T_H; \quad dT_1(0) / d\tau = [\alpha f (T_{ГН} - T_H) - r N] / (c + c_{\text{в}} u_H)$$

является

$$T_1(\tau) = T_H [B_0 + \sum_{i=1}^2 B_i \exp(s_i j \tau)], \quad (15)$$

где $B_0 = (C' - D' N / j) / B'$;

$$B_i = (-1)^{i+1} (A' + D_0 + s_i + B' B_0 / s_i / (s_1 - s_2));$$

$$D_0 = [\alpha f (T_{ГН} - T) - r N] / [j T_H (c + c_{\text{в}} u_H)];$$

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(A' \pm \sqrt{A'^2 - 4B'} \right).$$

Подставляя в уравнение (5) найденную переменную $T_1(\tau)$ и ее производную, получим

$$T_{r1}(\tau) = Nr / (\alpha f) + T_H \left\{ B_0 + \sum_{i=1}^2 [1 + s_i(c + c_B u_H) j / (\alpha f)] B_i \exp(s_i j \tau) \right\}. \quad (16)$$

Второй период сушки (период внутреннего испарения). При описании кинетики массообмена в этом периоде в качестве движущей силы принимается разность между текущим u_2 и равновесным влагосодержанием u_p . Уравнение кинетики запишем в виде

$$du_2 / d\tau = -kfp_0(u_2 - u_p), \quad (17)$$

где k – коэффициент массопередачи, м/с; u_p – равновесное влагосодержание материала, кг/кг.

Уравнение баланса влаги (4) для второго периода принимает вид

$$j(x_H - x_2) = du_2 / d\tau + \gamma dx_2 / d\tau. \quad (18)$$

В результате математических преобразований с учетом начальных условий $u_1(0) = u_H$ и условий неразрывности

$$u_1(\tau^*) = u_2(\tau^*); \quad du_1(\tau^*) / d\tau = du_2(\tau^*) / d\tau, \quad (19)$$

получаем

$$u_2(\tau) = u_{pH} + \sum_{i=1}^2 A_i \exp[p_i j(\tau - \tau^*)], \quad (20)$$

где τ^* – продолжительность первого периода сушки, с;

$$A_i = (-1)^{i+1} [Bu_{pH} / p_i + u^*(p_i + A) - N / j] (p_1 - p_2); \quad B = kfp_0 / (j\gamma);$$

$A = 1/\gamma + (b + \gamma)B$; b – постоянный коэффициент, определяемый по изотерме десорбции влаги;

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(A \pm \sqrt{A^2 - 4B} \right);$$

$$x_2(\tau) = x_H + (b\gamma B)^{-1} \sum_{i=1}^2 A_i (p_i + \gamma B) \exp[p_i j(\tau - \tau^*)]; \quad (21)$$

$$u_{p2}(\tau) = a + bx_H + (\gamma B)^{-1} \sum_{i=1}^2 A_i (p_i + \gamma B) \exp[p_i j(\tau - \tau^*)]. \quad (22)$$

Уравнение для определения продолжительности первого периода сушки

$$\tau^* = (u_H - u_{pH})N^{-1} - K^{-1} - bj^{-1} [1 - \exp(-j\tau^* / \gamma)]. \quad (23)$$

Уравнение (23) позволяет определить момент окончания первого периода сушки и начала второго периода, после чего вычислить критическое влагосодержание

$$u^* = u_H - N\tau^*. \quad (24)$$

Уравнение кинетики теплообмена и теплового баланса для второго периода

$$k_T f(T_{Г2} - T_2) = (c + c_B u_2) dT_2/d\tau - [r + c_H(T_{Г2} - T_2)] du_2/d\tau; \quad (25)$$

$$j(c_T + c_H x_H)(T_{Гн} - T_{Г2}) = (c + c_B u_2) dT_2/d\tau + \gamma(c_T + c_H x_2) dT_{Г2}/d\tau - [r + c_H(T_{Г2} - T_2)] du_2/d\tau. \quad (26)$$

В них производная $du_2/d\tau$ является переменной.

Из уравнений (20), (25) и (26) при начальных условиях

$$T_2(\tau^*) = T_1(\tau^*); \quad dT_2(\tau^*)/d\tau = dT_1(\tau^*)/d\tau$$

получаем

$$T_2(\tau) = T_{Гн} + T_H \sum_{i=1}^4 C_i \exp[p_i j(\tau - \tau^*)], \quad (27)$$

где [2] $C_{1,2} = E_{1,2}(p_{1,2} - p_3)^{-1}(p_{1,2} - p_4)^{-1}$;

$$C_{3,4} = \frac{D^* + (p_{3,4} + A'')T_1(\tau^*)/T_H + C''/p_{3,4} + E_1/(p_{3,4} - p_1) + E_2/(p_{3,4} - p_2)}{p_3 - p_4};$$

$$D^* = \sum_{i=1}^2 B_i s_i \exp(s_i j \tau^*);$$

$$p_{3,4} = -\frac{1}{2} \left(A'' \pm \sqrt{A''^2 - 4B''} \right).$$

Из уравнения (25) и формул (20) и (27) следует

$$T_{Г2}(\tau) = T_2(\tau) + j(k_T f)^{-1} \left\{ (c + c_B u^*) T_H \sum_{i=1}^4 p_i C_i \exp[p_i j(\tau - \tau^*)] - r \sum_{i=1}^2 p_i A_i \exp[p_i j(\tau - \tau^*)] \right\}. \quad (28)$$

Математическая модель, разработанная на основе уравнений кинетики массотеплообмена и соотношений материального и теплового балансов, учитывает изменение параметров материала и сушильного агента в слое, а также равновесного влагосодержания материала в ходе процесса. Полученные аналитические решения исходных уравнений адекватны экспериментальным данным по сушке свекловичного жома в псевдооживленном слое. Сравнение результатов прямых расчетов по уравнениям модели с результатами опытов дает невязку в пределах 18 %.

При проверке адекватности модели использовались также данные других авторов [3–5] и др.

Список литературы

1. Харин, В.М. Кинетика сушки во взвешенном слое / В.М. Харин, Ю.И. Шишацкий // Теорет. основы хим. технологии. – 1995. – Т. 29, № 2. – С. 179–186.
 2. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1977. – 831 с.
 3. Дранников, А.В. Повышение эффективности процесса сушки свекловичного жома перегретым паром : монография / А.В. Дранников. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. технол. акад., 2010. – 172 с.
 4. Сапронов, А.Р. Технология сахарного производства / А.Р. Сапронов. – М. : Колос, 1999. – 495 с.
 5. Харин, В.М. Тепло- и влагообменные процессы и аппараты пищевых производств (теория и расчет) / В.М. Харин, Г.В. Агафонов. – М. : Пищевая пром-сть, 2002. – 472 с.
-

Mathematical Description of Dry Beet Pulp in a Fluidized Bed

**Yu.I. Shishatsky, E.I. Golubyatnikov,
S.Yu. Pluykha, E.S. Bunin**

Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh

Key words and phrases: adequacy; assumptions; beet pulp; drying; fluidized bed; model; model equation; periods of drying.

Abstract: The paper presents a complete mathematical description of the process of drying beet pulp in a fluidized bed at constant input potentials of coolant with their changes in the layer.

© Ю.И. Шишацкий, Е.И. Голубятников,
С.Ю. Плюха, Е.С. Бунин, 2012