

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

**М.И. Потапочкина, Е.Б. Винокуров,
Н.П. Моторина, Р.В. Воронков, В.М. Иванов**

ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов

Рецензент д-р пед. наук, профессор Н.Я. Молотков

Ключевые слова и фразы: изучение электротехники; система алгебраических уравнений; обратная матрица; определитель матрицы.

Аннотация: Проанализированы возможности табличного процессора MS Excell для решения систем линейных алгебраических уравнений при проведении электротехнических расчетов. Приведены два способа решения типовой задачи на постоянный ток.

Раздел «Линейные электрические цепи постоянного тока» является первым и самым важным при изучении электротехники в вузах. На доступных примерах электрических цепей изучаются важнейшие законы и методы их расчета, в числе которых: 1 – классический метод, основанный на непосредственном применении законов Кирхгофа; 2 – метод контурных токов; 3 – метод узловых потенциалов; 4 – метод наложения; 5 – метод эквивалентного генератора.

Первый из перечисленных методов является наиболее наглядным и практически полностью алгоритмическим, второй и отчасти третий близки к первому с этой точки зрения. Остальные методы не предполагают выполнения строго определенной последовательности действий.

Следует, однако, отметить, что даже простые цепи с несколькими источниками требуют использования относительно сложного математического аппарата. Так, цепь, содержащая хотя бы два источника ЭДС, приво-

Потапочкина Марина Ивановна – ассистент кафедры «Прикладная математика и механика», e-mail: kulikov@apmath.tstu.ru; Винокуров Евгений Борисович – кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры «Электрооборудование и автоматизация», e-mail: magina-makeeva1@yandex.ru; Моторина Наталья Петровна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Электрооборудование и автоматизация», e-mail: ket@nnn.tstu.ru; Воронков Роман Вячеславович – студент факультета «Информационные технологии», e-mail: voronkov-roman@yandex.ru; Иванов Владимир Михайлович – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры «Электрооборудование и автоматизация», ТамбГТУ, г. Тамбов.

дит к необходимости решения системы алгебраических уравнений, при этом число уравнений системы оказывается максимальным при классическом методе расчета. Хотя метод контурных токов позволяет упростить систему, но проводить расчет всех цепей только одним-единственным методом было бы нецелесообразно. Желательно решать задачу несколькими (хотя бы двумя) методами, при этом совпадение результатов будет критерием оценки правильности решения.

Далее рассмотрим возможности табличного процессора Microsoft Excel для электротехнических расчетов, сводящихся к решению системы линейных алгебраических уравнений.

В качестве примера типового расчета по общей электротехнике можно рассматривать электрическую цепь [1], схема которой приведена на рис. 1. По заданным значениям ЭДС и сопротивлений ($R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 3 \text{ Ом}$; $R_4 = 2 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$; $R_6 = 7 \text{ Ом}$; $E_1 = 90 \text{ В}$; $E_3 = 15 \text{ В}$; $E_5 = 110 \text{ В}$) требуется найти токи ветвей. Цепь содержит шесть ветвей, следовательно, необходимо найти шесть неизвестных токов.

Классический метод приводит к наиболее громоздкой системе из шести уравнений с шестью неизвестными. Решение такой системы представляет собой весьма трудоемкий процесс, при котором могут быть допущены ошибки чисто расчетного характера.

Метод контурных токов позволит уменьшить число уравнений в системе до трех. Как показывает опыт работы, решение такой системы без использования технических средств также приводит к многочисленным ошибкам. Выявить ошибки возможно лишь при выполнении дополнительных расчетов.

Применение информационных технологий в обучении может решить эту проблему. В работе [2] приведен пример расчета цепи переменного тока с использованием функций MS Excel для работы с комплексными числами. Предлагается использование функций MS Excel для работы с матрицами для решения систем линейных алгебраических уравнений [3, 4].

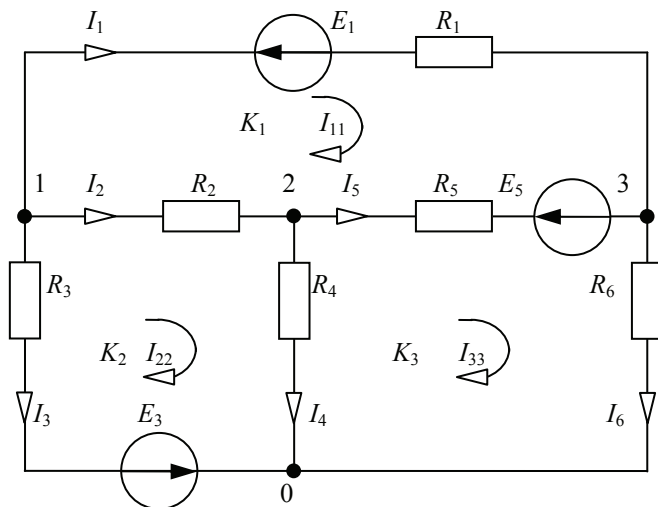


Рис. 1. Схема исследуемой цепи

Рассмотрим решение задачи классическим методом. Составим расширенную запись уравнений, составленных по законам Кирхгофа, в которой в каждое уравнение формально входят все токи с соответствующими коэффициентами и знаками; для отсутствующих в соответствующих ветвях и контурах токов коэффициент равен 0:

$$\begin{aligned} \text{узел 1: } & -I_1 - I_2 - I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 = 0; \\ \text{узел 2: } & 0 \cdot I_1 + I_2 + 0 \cdot I_3 - I_4 - I_5 + 0 \cdot I_6 = 0; \\ \text{узел 3: } & I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + I_5 - I_6 = 0; \\ \text{контур 1: } & R_1 I_1 - R_2 I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 - R_5 I_5 + 0 \cdot I_6 = E_5 - E_1; \\ \text{контур 2: } & 0 \cdot I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_4 I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 = -E_3; \\ \text{контур 3: } & 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5 + R_6 I_6 = -E_5. \end{aligned}$$

Полученную систему уравнений можно представить в виде

$$[\mathbf{M}]\mathbf{I}=\mathbf{E},$$

где $[\mathbf{M}]$ – матрица системы; \mathbf{I} – вектор искомых токов; \mathbf{E} – вектор свободных членов

$$[\mathbf{M}] = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 5 & -10 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 10 & -3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 5 & 7 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ -15 \\ -110 \end{pmatrix}.$$

Решение системы найдем с помощью обратной матрицы по формуле $\mathbf{I} = [\mathbf{M}]^{-1}\mathbf{E}$, где $[\mathbf{M}]^{-1}$ – обратная матрица системы.

Рассмотрим нахождение элементов вектора токов при помощи программы MS Excel. Для этого используем функции МОБР и МУМНОЖ (рис 2). В массив A1 : F6 поместим элементы матрицы $[\mathbf{M}]$, в массив M1 : M6 – элементы вектора \mathbf{E} . С помощью функции МОБР в массиве G1 : L6 получим элементы обратной матрицы $[\mathbf{M}]^{-1}$. С помощью функции МУМНОЖ найдем произведение $[\mathbf{M}]^{-1}\mathbf{E}$ и поместим его в массив N1 : N6. Это произведение представляет собой вектор тока \mathbf{I} , являющийся решением исходной системы уравнений, причем в ячейке N1 находится значение тока I_1 , в ячейке N2 – значение тока I_2 и т.д.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	-1	-1	-1	0	0	0	-0,21	0,05	0,31	0,10	0,07	0,04	0	-4
2	0	1	0	-1	-1	0	-0,15	0,10	-0,02	-0,03	0,05	0,00	0	-1
3	1	0	0	0	1	-1	-0,64	-0,15	-0,29	-0,07	-0,12	-0,04	0	5
4	5	-10	0	0	-5	0	-0,23	-0,74	-0,36	0,03	0,08	-0,05	20	5
5	0	10	-3	2	0	0	0,08	-0,15	0,34	-0,05	-0,03	0,05	-15	-6
6	0	0	0	-2	5	7	-0,13	-0,10	-0,35	0,04	0,04	0,09	-110	-10

Рис. 2. Фрагмент листа MS Excel

Как следует из вышесказанного, расчет достаточно сложной цепи при применении вычислительных средств сводится практически к составлению системы уравнений. Освободившееся время можно использовать для решения задачи другим способом, например, методом контурных токов. Система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{контур 1: } & I_{11}(R_1 + R_2 + R_5) - I_{22}R_2 - I_{33}R_5 = E_5 - E_1; \\ \text{контур 2: } & -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{33}R_4 = -E_3; \\ \text{контур 3: } & -I_{11}R_5 - I_{22}R_4 + I_{33}(R_4 + R_5 + R_6) = -E_5; \end{aligned}$$

а после подстановки числовых значений сопротивлений и ЭДС

$$\begin{aligned} 20I_{11} - 10I_{22} - 5I_{33} &= 20; \\ -10I_{11} + 15I_{22} - 2I_{33} &= -15; \\ -5I_{11} - 2I_{22} - 14I_{33} &= -110. \end{aligned}$$

Полученная система значительно проще предыдущей. В связи с этим предлагается два пути ее решения. Первый путь – решение описанным выше способом. Эту систему можно также решить методом Крамера. Для этого необходимо составить четыре определителя.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -10 & -5 \\ -10 & 15 & -2 \\ -5 & -2 & 14 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -10 & -5 \\ -15 & 15 & -2 \\ -110 & -2 & 14 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 20 & 20 & -5 \\ -10 & -15 & -2 \\ -5 & -110 & 14 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 20 & -10 & 20 \\ -10 & 15 & -15 \\ -5 & -2 & -110 \end{vmatrix}.$$

Вычисление определителей производится с помощью функции МОПРЕД, возвращающей определитель квадратной матрицы:

$$\Delta = 2145; \quad \Delta_1 = -8580; \quad \Delta_2 = -10725; \quad \Delta_3 = -21450.$$

По полученным значениям определителей найдем контурные токи:

$$\begin{aligned} I_{11} &= \Delta_1 / \Delta = -4 \text{ А}; & I_{22} &= \Delta_2 / \Delta = -5 \text{ А}; \\ I_{33} &= \Delta_3 / \Delta = -10 \text{ А}. \end{aligned}$$

Далее рассчитаем токи ветвей:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = -4 \text{ А}; & I_2 &= I_{22} - I_{11} = -5 + 4 = -1 \text{ А}; \\ I_3 &= -I_{22} = 5 \text{ А}; & I_4 &= I_{22} - I_{33} = 5 \text{ А}; \\ I_5 &= I_{33} - I_{11} = -6 \text{ А}; & I_6 &= I_{33} = -10 \text{ А}. \end{aligned}$$

Совпадение результатов при расчетах различными методами будет наиболее убедительной проверкой достоверности полученных решений.

Список литературы

1. Сборник программированных задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Н.Г. Максимовича, И.Б. Куделько. – Львов : Вища школа, 1976. – 504 с.
2. Использование возможностей MS Excel для электротехнических расчетов / Е.Б. Винокуров [и др.] // Вопр. соврем. науки и практики. Ун-т им. В.И. Вернадского. – 2010. – № 7-9(30). – С. 73–76.
3. Гаврилов, Л.П. Расчет и моделирование линейных электрических цепей с применением ПК / Л.П. Гаврилов, Д.А. Соснин. – М. : СОЛОН-Пресс, 2004. – 448 с.
4. Использование Excel в информационных технологиях : метод. разработки / сост. В.Г. Матвейкин, Б.С. Дмитриевский, С.Е. Хлебников. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та. – 2009. – 36 с.

Calculus of Approximations in Electrotechnical Engineering

**M.I. Potapochkina, E.B. Vinokurov,
N.P. Motorina, R.V. Voronkov, V.M. Ivanov**

Tambov State Technical University

Key words and phrases: inverse matrix; matrix determinant; study of electrical engineering; system of algebraic equations.

Abstract: MS EXCELL tables application possibility for solving of algebraic equation system when carrying out electrical engineering calculations is analyzed. Two ways of routine problem solution for direct current circuit are demonstrated.

© М.И. Потапочкина, Е.Б. Винокуров,
Н.П. Моторина, Р.В. Воронков, В.М. Иванов, 2011