УДК 65.012(075.8)

МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

А.В. Ганичева

ФГОУ ВПО «Тверская государственная сельскохозяйственная академия», г. Тверь

Рецензент д-р пед. наук, профессор Е.А. Ракитина

Ключевые слова и фразы: динамика качества; модель; паутинная модель; показатель качества; равновесное значение; сложность усвоения материала; учебный процесс.

Аннотация: В настоящее время актуальной является проблема построения различных математических моделей, позволяющих проанализировать структуру основных звеньев вузовской системы образования, проследить протекающий в них учебный процесс в зависимости от различных факторов и при различных ситуациях. Рассмотрены модели динамики качества обучения и поиска равновесных значений показателей качества.

Модель динамики качества обучения

При описании уровня реализации учебного процесса важная роль отводится показателям качества обучения, которые либо оцениваются точечными оценками, полученными в результате тестирования, либо задаются эконометрическими уравнениями, построенными на основе соответствующего статистического материала. Рассмотрим новую модель такого описания, в которой используется аппарат разностных уравнений, которая дает возможность анализировать зависимость значений показателей в данный период времени от предыдущих периодов и тем самым определить динамику показателя.

Перечислим основные показатели качества обучения: средний балл (текущая успеваемость и итоговая), процент неуспевающих студентов, отсутствие отсева обучаемых, уровень дисциплины, процент посещаемости, процент выполнения домашних заданий, процент усвоения материала на лекции (на практическом занятии), уровень курсовых и дипломных работ, процент участия в научных разработках, количество участников в социально-культурных мероприятиях.

Ганичева Антонина Валериановна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой «Математика», e-mail: alexej.ganichev@yandex.ru, ФГОУ ВПО «Тверская государственная сельскохозяйственная академия», г. Тверь.

Отметим наиболее важные факторы, ведущие к повышению показателей качества: наличие интереса к обучению, хорошая дисциплина, регулярное посещение занятий, активное участие в научных и социально-культурных мероприятиях, достаточный коэффициент компетентности преподавателя, изложение учебного материала на высоком уровне.

К факторам, снижающим показатели качества обучения, можно отнести, например: отсутствие интереса к обучению, плохую дисциплину, нерегулярное посещение занятий, апатичное отношение к проводимым мероприятиям, недостаточный коэффициент компетентности преподавателя, плохой уровень преподавания учебных курсов.

Построим некоторые модели математического описания изменения качества обучения. Пусть $X(t)$ – значение показателя качества, вычисленное в определенной балльной системе в период времени t, $X(t-1)$, $X(t-2)$ – значения этого показателя в $(t-1)$-м и $(t-2)$-м периодах, $A(t)$ и $B(t)$ – значения факторов, повышающих и снижающих показатель качества в период t соответственно. Если таких факторов несколько, то рассматривается их взвешенная сумма в заданной балльной системе. Будем использовать предположение о представлении показателя качества в виде суммы «движущей» и «тормозящей» составляющих, то есть

$$X(t) = A(t) + B(t). \qquad (1)$$

Рассмотрим наиболее распространенные согласно статистическим данным зависимости. Предположим, что значение $A(t)$ прямо пропорционально приросту показателя качества, то есть

$$A(t) = k\left[X(t-1) - X(t-2)\right], \qquad (2)$$

где $k > 0$ – коэффициент пропорциональности, показывающий прирост показателя качества, приходящийся на единицу величины $A(t)$. Пусть, кроме того, значение показателя $B(t)$ на данном этапе зависит линейно от показателя качества на предыдущем этапе, то есть

$$B(t) = aX(t-1) + b, \qquad (3)$$

здесь a – скорость изменения $B(t)$; b – начальное значение $B(t)$.

Из (1) – (3) получаем линейное неоднородное уравнение II-го порядка

$$X(t) = (a+k)X(t-1) - kX(t-2) + b, \qquad (4)$$

аналогичное модели делового цикла Самуэльсона–Хикса [1] и связывающее показатель качества в предыдущий настоящий и будущий периоды. В качестве частного решения данного уравнения можно взять равновесное решение $X_р$, такое, что $X_р = X(t) = X(t-1) = X(t-2)$, тогда из (1) – (3) следует, что $X_р = b(1-a)^{-1} = \dfrac{b}{1-a}$. Напомним, что общее решение (4) слагается из частного решения $X_р$ и общего решения соответствующего однородного уравнения. Для отыскания общего решения однородного уравнения составим характеристическое уравнение $r^2 - (a+k)r + k = 0$ и найдем его корни.

Итак, $r_{1,2}=\dfrac{a+k\pm\sqrt{D}}{2}$, где $D=a^2+2ak+k^2-4k$. Далее рассматриваем разные случаи:

1) пусть $D=0$, тогда $a_{1,2}=-k\pm 2\sqrt{k}$ и $r_1=r_2=(a+k)/2$. В этом случае общее решение имеет вид

$$X(t)=\frac{b}{1-a}+C_1\left(\frac{a+k}{2}\right)^t+C_2 t\left(\frac{a+k}{2}\right)^t,$$

где C_1 и C_2 – постоянные, которые находятся из начальных условий;

2) пусть $D>0$, тогда $a\in(-\infty,-k-2\sqrt{k})\bigcup(-k+2\sqrt{k},+\infty)$ и

$$X(t)=\frac{b}{1-a}+C_1\left(\frac{a+k+\sqrt{D}}{2}\right)^t+C_2\left(\frac{a+k-\sqrt{D}}{2}\right)^t;$$

3) если $D<0$, то $a\in(-k-2\sqrt{k},-k+2\sqrt{k})$ и

$$X(t)=\frac{b}{1-a}+C_1\rho^t\cos\gamma\, t+C_2\rho^t\sin\gamma\, t,$$

где $\rho=\sqrt{\left(\dfrac{a+k}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{-D}}{2}\right)^2}=\sqrt{k}$, $\mathrm{tg}\gamma=\dfrac{\sqrt{-D}}{a+k}$.

Таким образом, в зависимости от значений a и k возможны разные типы динамики качества обучения. Она может быть растущей или затухающей и при этом иметь или не иметь колебательный характер. Возможны и другие варианты формул (2) и (3). Например

$$\begin{cases} A(t)=aX(t-1)+b, \\ B(t)=k\left[X(t-1)-X(t-2)\right]+d, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A(t)=k\left[X(t-1)-X(t-2)\right]+c, \\ B(t)=l\left[X(t-1)-X(t-2)\right]+e, \end{cases}$$

$$\begin{cases} A(t)=aX(t-1)+b, \\ B(t)=cX(t-1)+d. \end{cases}$$

Научная значимость рассмотренных моделей заключается в том, что они могут быть использованы для решения важнейшей задачи управления качеством обучения.

Модель поиска равновесного значения показателя качества

Одна из актуальных задач в учебном процессе заключается в отыскании равновесных значений показателей качества и определяется следующим образом. Пусть X, Y, Z – показатели качества, причем $X=X(Z)$ и $Y=Y(Z)$. Тогда значение $Z=z_0$ называется равновесным для X и Y, если $X(z_0)=Y(z_0)$.

В качестве примера рассмотрим паутинную модель процесса обучения, представляющую собой простую модель поиска равновесного значения сложности усвоения материала p_0, при которой объемы предложенного учебного материала $D_1(p)$ и усвояемого учебного материала $D_2(p)$, рассматриваемые как функции от сложности p, равны между собой, то есть $D_1(p_0)=D_2(p_0)$. Предположим, что решение об объеме предложенного для изучения материала принимается в зависимости от сложности материала в предыдущий период времени.

Рассмотрим следующую ситуацию. Пусть в данный период времени предложен учебный материал в объеме $D_1(p)=q_1$, обусловленный сложностью предлагаемого материала p_1 в предыдущем периоде (рис. 1). Эта сложность больше равновесной p_0, поэтому на кривой $D_2(p)$ ей соответствует объем $D_2(p_1)$, равный q_2, который меньше равновесного значения q_0. Следовательно, преподавателю приходится упрощать предлагаемый материал до величины сложности p_2, которая оказывается меньше равновесной. Это приводит к увеличению объема усвоения до величины q_3, что соответствует сложности усвоения p_3, которая больше равновесной p_0, поэтому ей на кривой $D_2(p)$ соответствует значение q_4. Это значение

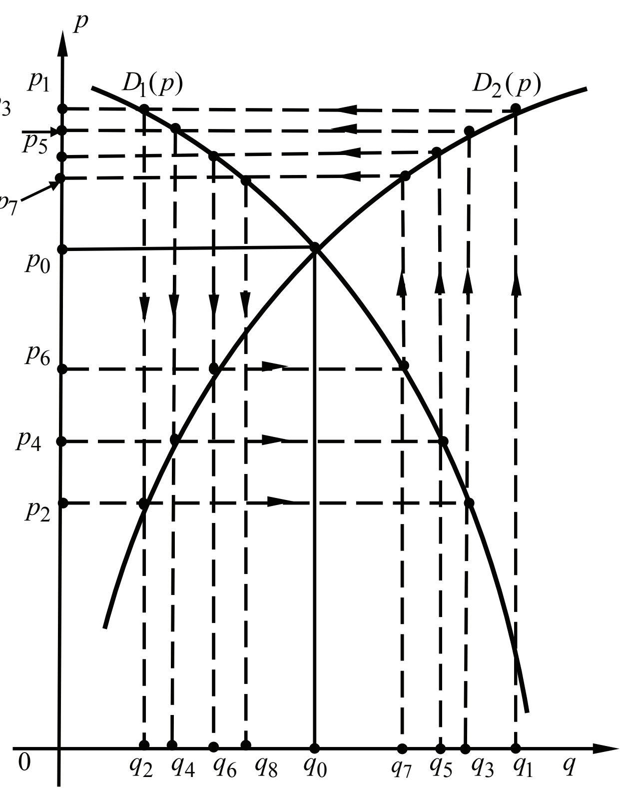

Рис. 1. Сходящийся процесс

меньше равновесного q_0, значит преподаватель должен снизить сложность изучения до значения p_4, которое по-прежнему меньше равновесного p_0. Поэтому, данному значению соответствует объем усвояемого материала q_5, меньший чем q_0. В результате преподаватель снижает сложность предлагаемого материала до величины p_5, что соответствует объему усвоения q_6. Таким образом, получаем последовательность значений q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, …, сходящуюся к равновесному значению q_0, и последовательность $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5,\ldots$, сходящуюся к равновесному значению p_0.

Графически данный процесс представляет собой спираль, которая сходится к точке равновесия (q_0, p_0). Но так бывает не всегда, например, на рис. 2 показан расходящийся процесс. На сходимость спирали влияют различные факторы, в частности эластичность.

Аналогично тому, как это показано для модели «спрос–предложение» в [1], построенная модель в случае линейной зависимости объемов D_1 и D_2 от сложности p, с учетом того, что объем D_1 зависит от сложности на предыдущем этапе, а D_2 – от сложности на данном этапе, описывается системой (5)

$$\begin{cases} D_2(t) = a - bp(t), \\ D_1(t) = m + np(t-1), \end{cases} \tag{5}$$

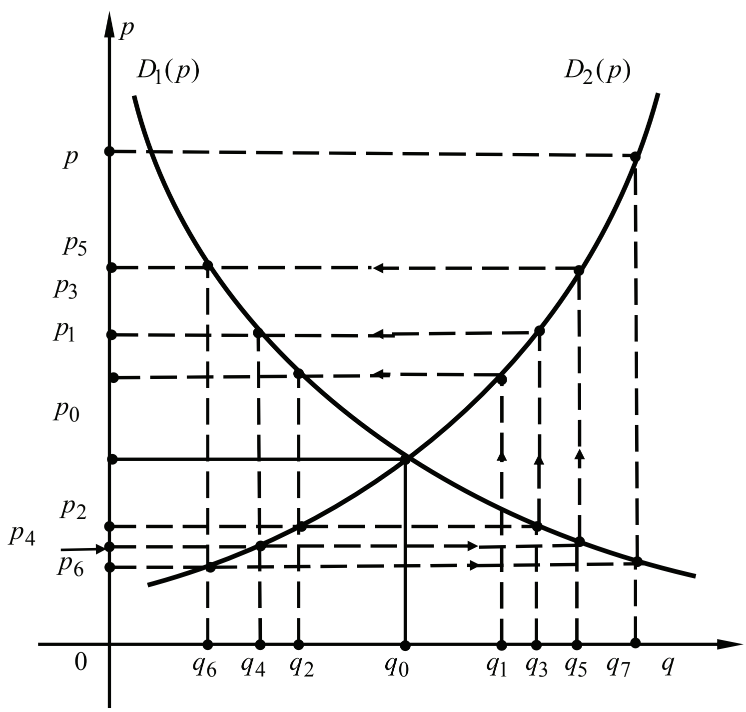

Рис. 2. Расходящийся процесс

здесь a, b, m, n – постоянные величины. При условии, что $D_1 = D_2$, система (5) преобразуется в разностное уравнение первого порядка

$$bp(t) + np(t-1) = a - m,$$

решением которого является следующая зависимость сложности усвоения учебного материала от времени:

$$p(t) = C\left(-\frac{n}{b}\right)^t + \frac{a-m}{b+n},$$

где C – постоянная величина, определяемая из начальных условий. Из этой формулы вытекает, что в случае линейной зависимости объемов D_1 и D_2 от сложности p динамика сложности носит колебательный характер, причем при $n < b$ последовательность $\{p(t)\}$ сходится к равновесному значению $p_0 = \frac{a-m}{b+n}$ (см. рис. 1), при $n > b$ последовательность $\{p(t)\}$ расходится (см. рис. 2), при $n = b$ имеет место циклическое колебание сложности относительно равновесного состояния.

Аналогичная модель может быть построена для оценки любого показателя качества учебного процесса.

Список литературы

1. Математика в экономике / А.С. Солодовников [и др.]. – М. : Финансы и статистика, 1998. – 600 с.

Models of Educational Process Development

A.V. Ganicheva

Tver State Agricultural Academy, Tver

Key words and phrases: equilibrium value; difficulty of mastering the material; model; learning process; quality dynamics; quality index; web model.

Abstract: At present, the relevant problem is the construction of various mathematical models to analyze the structure of the main functions of university education, to track the educational process, depending on various factors and different situations. In this paper we consider the models of the quality of learning dynamics and search for the equilibrium values of quality indicators.
