УДК 537.612

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПРИРОДА МАГНЕТИЗМА В КУРСЕ ФИЗИКИ ВУЗОВ

Н.Я. Молотков

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов

Рецензент д-р техн. наук, профессор О.И. Гайнутдинов

Ключевые слова и фразы: инвариантность; магнетизм; магнитное поле; силы; теория относительности; электрический заряд.

Аннотация: Учитывая, что классическая механика не может объяснить возникновение магнитных взаимодействий, в работе предлагается строгое теоретическое обоснование основных законов электромагнетизма в курсе физики вузов на основе трех положений современной физики: инвариантности электрических зарядов; следствий специальной теории относительности и справедливости закона Кулона.

1. Взаимодействие движущихся электрических зарядов. Эксперимент показывает, что магнитные явления возникают при движении электрических зарядов. Однако согласно классической механике сила взаимодействия между неподвижными и движущимися с постоянной скоростью зарядами должна быть одинакова, так как согласно второму закону Ньютона сила пропорциональна ускорению, а не скорости. Согласно современной физике любое магнитное взаимодействие является чисто релятивистским эффектом [1–5]. В основу строгой теории электромагнетизма следует положить следующие факты, которые с высокой степенью достоверности обоснованы теоретически и экспериментально. Во-первых, электрический заряд не зависит от скорости его движения, то есть он инвариантен по отношению к преобразованиям Лоренца; во-вторых, справедливы постулаты специальной теории относительности А. Эйнштейна и следствия, вытекающие из них; в-третьих, справедлив закон Кулона для точечных электрических зарядов во всех инерциальных системах отсчета.

Пусть имеется два точечных электрических заряда q и Q, жестко связанных с системой отсчета $x'y'z'$, которая движется равномерно и прямолинейно относительно инерциальной неподвижной системы отсчета xyz со скоростью v вдоль оси Ox (рис. 1). Электрическое взаимодействие в

Молотков Николай Яковлевич – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика», e-mail: tolmat@nnn.tstu.ru, ТамбГТУ, г. Тамбов

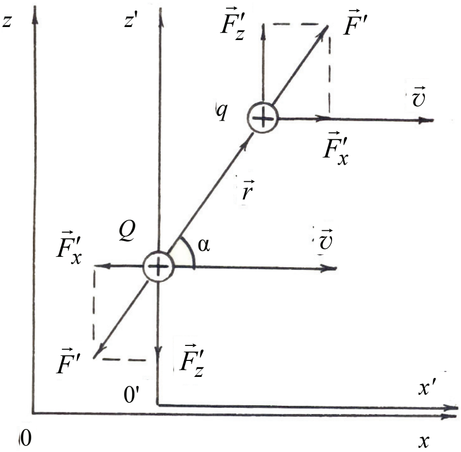

Рис. 1. Взаимодействие движущихся электрических зарядов

вакууме двух точечных зарядов q и Q, расположенных на расстоянии r и неподвижных по отношению к системе $x'y'z'$ выражается законом Кулона

$$F' = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (1)$$

Силу $\vec{F}'$ можно разложить на две составляющие: поперечную

$$F'_z = F'\sin\alpha = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin(\vec{v},\vec{r}) \qquad (2)$$

и продольную

$$F'_x = F'\cos\alpha = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\vec{v},\vec{r}), \qquad (3)$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{r}$.

Найдем силу $\vec{F}$, с которой взаимодействуют движущиеся заряды q и Q по отношению к системе отсчета xyz. Согласно следствиям специальной теории относительности продольная составляющая силы взаимодействия движущихся и неподвижных зарядов одинаковы, то есть

$$F_x = F'_x, \qquad (4)$$

а поперечная составляющая силы взаимодействия движущихся и неподвижных зарядов различны, то есть

$$F_z = F'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \qquad (5)$$

где c – скорость света в вакууме. Подставляя формулу (2) в выражение (5), найдем поперечную составляющую силы взаимодействия движущихся электрических зарядов

$$F_z = \frac{qQ\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \qquad (6)$$

Умножив числитель и знаменатель этого выражения на $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, найдем

$$F_z = \frac{qQ\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{qQv^2\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \qquad (7)$$

Первое слагаемое этого выражения можно рассматривать как поперечную составляющую *электрической силы* взаимодействия движущихся зарядов

$$F_{z\text{э}} = \frac{qQ\sin\left(\vec{v},\vec{r}\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \tag{8}$$

Если скорость движения зарядов мала по сравнению со скоростью света $\left(v \ll c\right)$, то поперечная составляющая электрической силы взаимодействия движущихся зарядов равна поперечной составляющей силы взаимодействия неподвижных зарядов согласно формуле (2), то есть $F_{z\,\text{э}} = F_z'$. Второе слагаемое в выражении (7) является новой поперечной составляющей взаимодействия движущихся электрических зарядов, то есть *силой магнитного взаимодействия*

$$F_{z\,\text{м}} = \frac{qQv^2\sin\left(\vec{v},\vec{r}\right)}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \tag{9}$$

Из этого выражения следует, что сила магнитного взаимодействия возникает только при движении электрических зарядов (если $v = 0$, то $F_{z\,\text{м}} = 0$). Учитывая формулы (8) и (9), выражение (7) можно кратко записать

$$F_z = F_{z\,\text{э}} - F_{z\,\text{м}}. \tag{10}$$

Отсюда видно, что при однонаправленном движении двух одинаково заряженных частиц магнитная сила приводит к уменьшению поперечной составляющей электрической силы взаимодействия. Как будет показано далее, если поперечная электрическая сила в данном случае отталкивает частицы, то магнитная сила их притягивает (п. 3). Из полученных выражений (8) и (9) видно, что

$$\frac{F_{z\,\text{м}}}{F_{z\,\text{э}}} = \frac{v^2}{c^2}. \tag{11}$$

Таким образом, при $v \ll c$ магнитная сила взаимодействия значительно меньше поперечной составляющей силы электрического взаимодействия. Поэтому при вычислении силы взаимодействия между свободными зарядами в первом приближении можно пренебречь магнитной силой. Если же заряды (электроны) движутся в проводниках, то электрические силы оказываются скомпенсированными, и определяющую роль во взаимодействии проводников с токами играют магнитные силы.

2. Магнитное поле движущегося электрического заряда. Согласно теории дальнодействия предполагается, что магнитное взаимодействие распространяется мгновенно и вокруг движущихся электрических зарядов возникает магнитное поле. Запишем формулу (9) в следующем виде

$$F_{z\,\text{м}} = qv\frac{Qv\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{12}$$

Эту формулу можно трактовать так: $F_{z\,\text{м}}$ – есть магнитная сила, которая действует на заряд q, движущийся со скоростью v в магнитном поле, которое создает заряд Q, движущийся также со скоростью v. Допускается и обратное утверждение. Следовательно, дробь в выражении (12) характеризует магнитное поле, создаваемое зарядом Q, движущимся со скоростью v. Эту силовую характеристику магнитного поля принято называть магнитной индукцией

$$B = \frac{Qv\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{13}$$

Введем новую константу – магнитную постоянную вакуума $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = 1{,}26\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{Гн}}{\text{м}}$. Тогда величина индукции магнитного поля движущегося заряда принимает вид

$$B = \frac{\mu_0 Qv\sin(\vec{v},\vec{r})}{4\pi r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{14}$$

Эта формула позволяет рассчитать модуль индукции B магнитного поля, которое создает точечный заряд Q, движущийся со скоростью v, на расстоянии r от него. Легко видеть, что при $v = 0$ индукция магнитного поля $B = 0$. Индукция B магнитного поля векторная величина. Умножим числитель и знаменатель выражения (14) на r и учтем, что $vr\sin(\vec{v},\vec{r}) = [\vec{v}\times\vec{r}]$ – векторное произведение векторов $\vec{v}$ и $\vec{r}$. Тогда получим

$$\overline{B} = \frac{\mu_0 Q[\vec{v}\times\vec{r}]}{4\pi r^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{15}$$

Опыт показывает, что индукция магнитного поля зависит от свойств среды, в которой создается магнитное поле. Поэтому в выражение (15) введем еще относительную магнитную проницаемость среды μ

$$\overline{B} = \frac{\mu\mu_0 Q[\vec{v}\times\vec{r}]}{4\pi r^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{16}$$

Вектор $\vec{r}$ направляется от движущегося заряда Q к точке, в которой определяется вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля. Для положительного заряда Q вектор $\vec{B}$ индукции магнитного поля направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{v}$ и $\vec{r}$, причем, если смотреть в конец вектора $\vec{B}$, то кратчайший поворот вектора $\vec{v}$ к вектору $\vec{r}$ виден, происходящим против часовой стрелки. Другими словами, векторы $\vec{v}, \vec{r}, \vec{B}$ для положительного заряда Q образуют правую тройку векторов. На рис. 2 показано направление вектора $\vec{B}$ в четырех точках *1–4*, расположенных на одинаковом расстоянии r от заряда Q. Магнитное поле принято изображать графически силовыми линиями, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля. Так как в точках *1–4* (см. рис. 2) индукция магнитного поля имеет одинаковое численное значение, то силовой линией в данном случае является окружность радиуса $R = r\sin\left(\vec{v}, \vec{r}\right)$. Направление силовой линии магнитного поля для положительного заряда можно определить, используя правовинтовой буравчик.

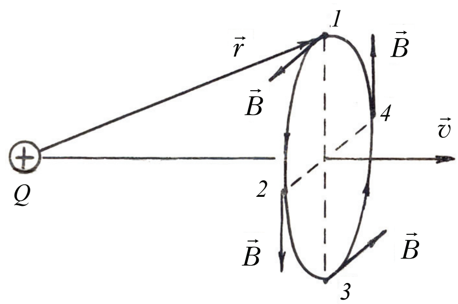

Рис. 2. Магнитное поле движущегося электрического заряда

3. Сила Лоренца. Учитывая выражение (13), формулу (12) можно записать в виде

$$F_{z\,\text{м}} = qvB\,. \tag{17}$$

Следовательно, полученная теоретически магнитная сила является силой Лоренца. Однако эта формула найдена для частного случая, так как в рассматриваемом случае вектор $\vec{v}$ скорости заряда q направлен перпендикулярно к вектору $\vec{B}$ индукции магнитного поля движущегося заряда Q (рис. 3). Найдем общий вид формулы для силы Лоренца и определим ее направление. Пусть вектор $\vec{v}$ скорости заряда q составляет произвольный угол β с вектором $\vec{B}$ индукции магнитного поля (рис. 4). Разложим вектор $\vec{v}$ на две составляющие: $v_\perp = v\sin\beta$ и $v_{||} = v\cos\beta$. Как показано выше, величина силы Лоренца определяется составляющей $v_\perp$ скорости $\vec{v}$ заряда q, то есть

$$F = qv_\perp B = qvB\sin\beta = qvB\sin\left(\vec{v}, \vec{B}\right). \tag{18}$$

Учитывая, что $vB\sin\left(\vec{v}, \vec{B}\right) = \left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$, найдем вектор силы Лоренца

$$\vec{F} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]. \tag{19}$$

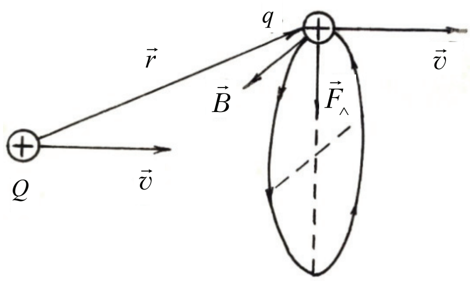

Рис. 3. Действие силы Лоренца на электрический заряд

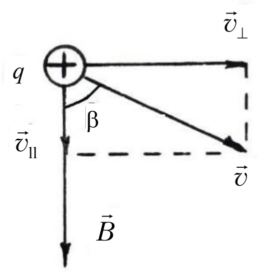

Рис. 4. К выводу общей формулы Лоренца

Для положительного заряда q векторы $\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}$ составляют правую тройку векторов. При этом для заряда $+q$ можно использовать правило левой руки. Из рис. 3 видно, что сила Лоренца $\vec{F}$ при взаимодействии положительных зарядов q и Q, движущихся в одном направлении, является силой притяжения. Это объясняет причину притяжения двух проводников, по которым текут токи одинакового направления.

Формула (18) позволяет выявить физический смысл вектора магнитной индукции, как силовой характеристики магнитного поля

$$B = \frac{F}{qv_{\perp}}. \tag{20}$$

Численное значение вектора магнитной индукции равно силе, действующей со стороны магнитного поля на единичный заряд, который движется с единичной скоростью перпендикулярно вектору $\vec{B}$ в данной точке поля. Единицей измерения индукции магнитного поля в СИ является тесла Тл – это индукция поля, которое действует на заряд в 1 Кл, движущийся со скоростью 1 м/с перпендикулярно силовым линиям, с силой 1 Н, то есть

$$1\ \text{Тл} = 1\,\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{Кл}\cdot\text{м}} = 1\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}.$$

4. Теоретическое обоснование закона Био–Савара–Лапласа. При традиционном изложении электромагнетизма закон Био–Савара–Лапласа берется в готовом виде без строгого теоретического обоснования. Из изложенного выше (п. 2) следует, что магнитное поле возникает вокруг движущихся электрических зарядов. Учитывая, что электрический ток в проводниках обусловлен направленным движением отрицательно заряженных электронов, можно заключить, что вокруг проводников с током также должно возникать магнитное поле.

Пусть имеется проводник произвольной формы (рис. 5), по которому течет постоянный ток I. Каждый электрон с отрицательным зарядом e движется в проводнике со скоростью $\vec{v}$. Направление вектора $\vec{v}$ противоположно току I. На основании выражения (16), каждый электрон создает в произвольной точке M магнитное поле с индукцией

$$\overline{B}_e = -\frac{\mu_0\mu \; e\left[\vec{v}\times\vec{r}\right]}{4\pi r^3\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}. \qquad (21)$$

Выделим вокруг рассматриваемого электрона элементарный участок проводника длиною dl. Выберем направление вектора $d\vec{l}$ так, чтобы он совпадал с направлением электрического тока в проводнике. Согласно принципа суперпозиции магнитное поле $d\vec{B}$, создаваемое в произвольной точке M всеми электронами, находящимися в элементе длины dl проводника, представляет собой векторную сумму магнитных полей, создаваемых каждым электроном, то есть

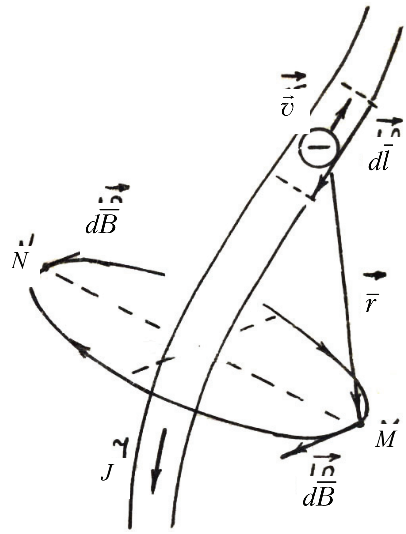

Рис. 5. К доказательству закона Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B} = \sum_{e=1}^{N}\vec{B}_e, \qquad (22)$$

где N – число электронов, находящихся в участке проводника длиною dl. Ввиду малости участка dl, можно считать, что векторы $\vec{B}_e$ магнитных полей, создаваемых каждым электроном, равны по величине и направлению. Следовательно, $d\vec{B} = N\vec{B}_e$. Учитывая, что скорость v направленного движения электронов в проводнике значительно меньше скорости света в вакууме $(v << c)$, найдем

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0\mu Ne\left[\vec{v}\times\vec{r}\right]}{4\pi r^3}, \qquad (23)$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента dl тока в точку M наблюдения. На основании определения силы тока имеем

$$Ne = Idt, \qquad (24)$$

где dt – время, за которое электроны проходят расстояние dl. Следовательно, выражение (23) принимает вид

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0\mu I\left[\vec{v}\,dt\times\vec{r}\right]}{4\pi r^3}. \qquad (25)$$

Учитывая, что $\vec{v}dt = -d\vec{l}$, найдем вектор $d\vec{B}$ индукции магнитного поля, создаваемого элементарным участком $d\vec{l}$ проводника, на расстоянии $\vec{r}$ от него, то есть в точке M

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I \left[d\vec{l} \times \vec{r}\right]}{4\pi r^3}. \qquad (26)$$

Это выражение называют законом Био–Савара–Лапласа. Согласно правилу векторного произведения векторы $d\vec{l}, \vec{r}, d\vec{B}$ составляют правую тройку векторов. На рис. 5 в точках M и N показано направление вектора $d\vec{B}$, а также изображена силовая линия, которая представляет собой замкнутую кривую. Направление силовой линии определяют правилом правовинтового буравчика.

Учитывая, что $\left[d\vec{l} \times \vec{r}\right] = dlr \sin\left(d\vec{l}, \vec{r}\right)$, найдем численное значение вектора $d\vec{B}$ в законе Био–Савара–Лапласа

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin\left(d\vec{l}, \vec{r}\right)}{4\pi r^2}. \qquad (27)$$

Закон Био–Савара–Лапласа на основе принципа суперпозиции полей позволяет рассчитывать магнитные поля постоянных токов произвольной формы.

5. Теоретическое обоснование закона Ампера. Пусть проводник с током I расположен в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Так как на движущиеся электроны в проводнике действует сила Лоренца

$$\vec{F}_e = -e\left[\vec{v} \times \vec{B}\right], \qquad (28)$$

то она должна действовать на сам проводник. Выделим элемент длины $d\vec{l}$ проводника, направление которого совпадает с током. Если в данном элементе N электронов, то сила, действующая на элемент проводника, равна

$$d\vec{F} = -Ne\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]. \qquad (29)$$

Учитывая, что $Ne = Idt$, где dt – время, за которое электроны перемещаются на отрезок dl, получим

$$d\vec{F} = -I\left[\vec{v}dt \times \vec{B}\right]. \qquad (30)$$

Так как $\vec{v}dt = -d\vec{l}$, получим закон Ампера

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right]. \qquad (31)$$

Векторы $d\vec{l}, \vec{B}, d\vec{F}$ составляют правую тройку векторов. Направление силы Ампера можно также определять с помощью правила левой руки. Учитывая, что $\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right] = dlB \sin\left(d\vec{l}, \vec{B}\right)$, найдем численное значение силы Ампера

$$dF = IBdl \sin\left(d\vec{l}, \vec{B}\right). \qquad (32)$$

На основании законов Ампера и Био–Савара–Лапласа не трудно объяснить взаимодействие проводников с токами, а также найти момент сил, действующих на контур с током, помещенном в магнитное поле, и другие явления электромагнетизма.

Выводы

1. На основе закона Кулона, инвариантности электрического заряда и специальной теории относительности рассмотрено взаимодействие движущихся электрических зарядов. Теоретически найдено значение индукции магнитного поля движущегося электрического заряда и силы Лоренца.

2. Дано строгое теоретическое обоснование основных законов электромагнетизма: Био–Савара–Лапласа и Ампера.

Список литературы

1. Парселл, Э. Берклеевский курс физики: электричество и магнетизм / Э. Парселл. – М. : Наука, 1971. – 447 с.
2. Яворский, Б.М. Основы физики / Б.М. Яворский, А.А. Пинский. – М. : Наука, 1972. – Т. 2. – 736 с.
3. Хайкин, С.Э. Физические основы механики / С.Э. Хайкин. – М. : Наука, 1971. – 752 с.
4. Громыко, Г.Г. Специальная теории относительности и релятивистская природа магнитного поля / Г.Г. Громыко. – Н. Новгород : Нижегород. филиал Воен.-инженер. ун-та, 2000. – 36 с.
5. Молотков, Н.Я. Введение в электромагнетизм на основе теории относительности / Н.Я. Молотков. – М., 1991. – Депонировано в ВИНИТИ 23.05.1991, Рег. № 2137 – В91.

Relativistic Nature of Magnetism in the Course of Physics at University

N.Ya. Molotkov

Tambov State Technical University, Tambov

Key words and phrases: electric charge; invariance; magnetism; magnetic field; powers; theory of relativity.

Abstract: Considering that classical mechanics cannot explain the occurrence of magnetic interactions; we propose a rigorous theoretical justification of the basic laws of electromagnetism in a university physics course based on three propositions of modern physics: the invariance of electric charge, the consequences of special relativity and validity of Coulomb’s law.
