

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

---

УДК 631.362

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА КАЛИБРОВАНИЯ КЛУБНЕЙ КАРТОФЕЛЯ НА РЕШЕТКАХ С ОТВЕРСТИЯМИ ПРАВИЛЬНОЙ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

**А.И. Завражнов, П.Н. Волосевич**

*ФГОУ ВПО «Мичуринский государственный аграрный университет», г. Мичуринск*

*Рецензент д-р техн. наук, профессор В.И. Горшенин*

**Ключевые слова и фразы:** конструктивные параметры; математическая модель; сортирование картофеля; режимы работы; точность сортирования.

**Аннотация:** Методом планирования многофакторного эксперимента получена математическая модель процесса сортирования клубней картофеля, связывающая точность сортирования с параметрами технологического процесса сортирования.

Для сортирования клубней картофеля на размерные фракции используется большое количество видов сортировальных машин с различными типами рабочих органов. В силу целого ряда преимуществ наибольшее распространение получили машины грохотного типа.

Как показывает анализ результатов их работы [6], большинство из них не обеспечивает выполнение агротехнических требований. Особенно низка точность сортирования средней семенной фракции, к которой предъявляются особенно жесткие требования, так как от выровненности размеров клубней этой фракции во многом зависит качество работы картофелепосадочных машин.

По имеющимся в литературе результатам исследований картофелепосадочных машин количество пропусков при посадке смесью клубней массой 26...80 г и скорости агрегата 6,1...6,7 км/ч достигает 2,3...3,8 %, что приводит к снижению урожая [4].

Для повышения точности сортирования клубней и сохранения высокой производительности машины необходимо, во-первых, адаптировать

---

Завражнов А.И. – доктор технических наук, профессор, академик РАСХН, президент МичГАУ; Волосевич П.Н. – кандидат технических наук, доцент, докторант, e-mail: info@mgau.ru, МичГАУ, г. Мичуринск.

форму и размеры калибрующих отверстий решет к форме калибруемых клубней, и, во-вторых, сохранить достаточно высокий коэффициент пропускной способности решет – отношение суммарной площади отверстий решет к полезной площади решета.

Теоретические поиски конструктивного решения в создании таких решетных поверхностей привели к разработке решет, рабочее поле которых образовано правильными шестиугольниками [2].

Практическая реализация этого решения подтвердила высокую эффективность применения решет с отверстиями правильной шестиугольной формы на картофелесортировальных машинах грохотного типа [1, 3]. Картофелесортировальная машина грохотного типа с новыми решетными поверхностями представляет собой классический вариант подобных машин с ярусным расположением решет. Новая форма отверстий накладывает свои особенности на процесс взаимодействия клубней с колеблющейся решетной поверхностью и на весь технологический процесс сортирования клубней на размерные фракции.

С целью получения оптимальных результатов работы картофелесортировальной машины, отвечающих агротехническим требованиям, использовали методику планирования многофакторного эксперимента [5].

Экспериментальная картофелесортировальная машина позволяла изменять частоту, амплитуду колебаний и угол наклона решет. Таким образом, в качестве варьируемых факторов брались частота и амплитуда колебаний решет и угол их наклона к горизонту. За критерий оптимизации, связывающий факторы в математическую модель процесса сортирования клубней на размерные фракции, принималась точность сортирования  $\mu$ , %.

При проведении эксперимента использовался 3-факторный план Бокса–Бенкина. Уровни варьирования факторов принимались:  $x_1$  – частота колебаний решет  $\omega$ ,  $\text{с}^{-1}$  (верхний уровень 32,7 (+1), основной уровень 30 (0), нижний уровень 26,7 (-1));  $x_2$  – амплитуда колебаний  $A$ , мм (верхний уровень 38 (+1), основной уровень – 30 (0), нижний уровень 22 (-1));  $x_3$  – угол наклона решет  $\beta$ , град. (верхний уровень 9,0 (+1), основной уровень 7,5 (0), нижний уровень 6,0 (-1)).

Эксперименты выполнялись трижды. После реализации всех опытов, полученные значения проверялись по критерию Кохрена на однородность дисперсии.

Построчная дисперсия рассчитывалась для каждого опыта, определялась сумма дисперсий всех опытов, и определялся критерий Кохрена. Табличное значение критерия для уровня значимости 0,05 оказалось больше расчетного, что свидетельствует о статистической однородности дисперсий.

По полученным экспериментальным данным строилась математическая модель в виде уравнения регрессии второго порядка. После подсчета коэффициентов их значимость проверялась по критерию Стьюдента.

Вычисления показали, что все коэффициенты являются статистически значимыми с 95%-й вероятностью, и полученное уравнение регрессии имеет вид:

$$\begin{aligned} y' = & 91,4263 - 4,5346x_1 - 1,8746x_2 + 1,3642x_3 + 0,5617x_1x_2 - \\ & - 1,9625x_1x_3 + 4,3225x_2x_3 - 8,7987x_1^2 - 4,6471x_2^2 - 5,2796x_3^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Адекватность полученного уравнения второго порядка проверялась по критерию Фишера. Расчетное значение критерия Фишера для числа степеней свободы числителя 15, знаменателя 30 и 5%-м уровне значимости, оказалось меньше табличного, что свидетельствует об адекватности полученной математической модели.

В уравнении (1) факторы приведены в кодированной форме. Чтобы использовать его для интерпретации и анализа результатов многофакторного эксперимента, необходимо выполнить раскодирование и привести факторы к именованным величинам.

Уравнение регрессии в раскодированном виде:

$$\mu = -918,416 + 59,1286\omega + 0,7259A + 38,2534\beta + 0,0234\omega A - 0,4361\omega\beta + 0,3602A\beta - 0,9776\omega^2 - 0,0726A^2 - 2,3465\beta^2. \quad (2)$$

Для изучения свойств поверхности отклика в окрестностях оптимума выполнено каноническое преобразование полученной математической модели.

Анализ поверхности отклика проводили с помощью двумерных сечений. Приняв величину фактора «угол наклона решет  $\beta$ » равным нулю, проанализируем поверхность отклика в координатах «частота колебаний  $\omega$  – амплитуда колебаний  $A$ ». Уравнение регрессии в этом случае запишем как

$$y' = -91,4263 - 4,5346x_1 + 1,8746x_2 + 0,5617x_1x_2 - 8,7987x_1^2 - 4,6471x_2^2. \quad (3)$$

Приравняв нулю частные производные уравнения регрессии по каждой из координат и решая систему уравнений, получим координаты нового центра поверхности:

$$x_1 = -0,2646; \quad x_2 = -0,2177.$$

После раскодирования оптимальные значения частоты и амплитуды колебаний составят:

$$\omega = 28,9 \text{ с}^{-1}; \quad A = 28,258 \text{ мм}.$$

Эти значения являются координатами нового центра в старых осях, по которым определим величину критерия оптимизации в центре поверхности отклика.

Подставив полученные оптимальные значения факторов  $x_1$  и  $x_2$  в уравнение регрессии (3), получим оптимальное значение критерия оптимизации точности сортирования  $\mu$  в центре поверхности отклика  $y_s = 92,23$  %.

Для построения двумерных сечений поверхности отклика по известным формулам [5] в новом начале координат определим угол поворота осей  $\alpha$  и канонические коэффициенты:

$$\alpha = -3^\circ 54'; \quad B_{11} = -8,7424; \quad B_{22} = -4,7043.$$

Тогда каноническое уравнение поверхности отклика примет вид

$$Y - 92,23 = -8,7424X_1^2 - 4,7043X_2^2. \quad (4)$$

Подтверждением правильности вычислений является равенство сумм коэффициентов при квадратичных членах в уравнениях (3) и (4).

В связи с тем, что у канонических коэффициентов при квадратичных членах одинаковые знаки, уравнение (4) описывает эллиптический параболоид, имеющий центр, в данном случае максимум.

Подставляя в уравнение (4) различные значения критерия оптимизации, получим уравнение второй степени в стандартной форме, с помощью которых построена система контурных кривых (рис. 1) равной точности сортирования клубней, являющихся эллипсами.

По аналогичной методике были построены двумерные сечения в координатах «частота колебаний  $\omega$  – угол наклона решет  $\beta$ » (рис. 2).

Для определения оптимума точности сортирования клубней в зависимости от частоты колебаний  $\omega$  и угла наклона решет  $\beta$  приравнивали нулю значение фактора  $x_2$  – амплитуда колебаний  $A$ . В этом случае уравнение регрессии примет вид:

$$y' = 91,4263 - 4,5346x_1 + 1,3641x_3 - 1,9625 x_1x_3 - 8,7987x_1^2 - 5,2796x_3^2. \quad (5)$$

Приравняв нулю частные производные уравнения регрессии по каждой из координат и решив систему уравнений, получим координаты нового центра поверхности:

$$x_2 = -0,27785; \quad x_3 = 0,1808.$$

После раскодирования оптимальные значения амплитуды колебаний и угла наклона решет составят:  $\omega = 28,9 \text{ с}^{-1}$ ;  $\beta = 7,62^\circ$ .

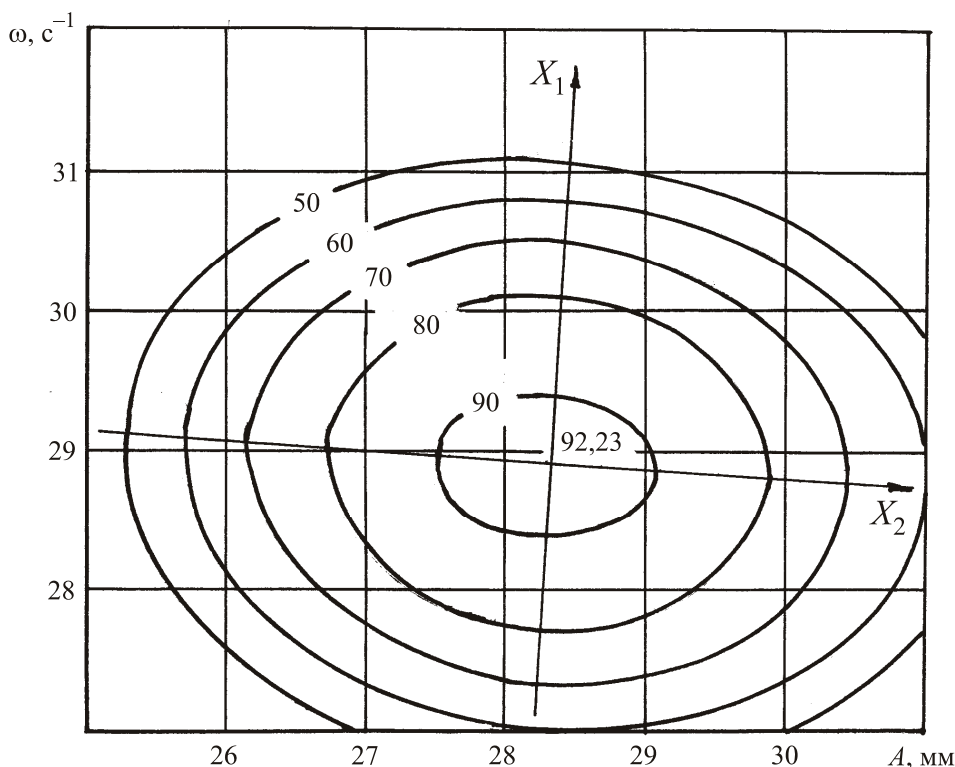


Рис. 1. Двумерные сечения поверхности отклика, характеризующие зависимость точности сортирования средней (семенной) фракции клубней от амплитуды и частоты колебаний решет

Подставив полученные оптимальные значения факторов в уравнение регрессии (5), получим значение точности сортирования в центре поверхности отклика  $y_s = 92,18 \%$ .

Угол поворота осей  $\alpha$  до совмещения с главными осями поверхности и коэффициенты регрессии в канонической форме примут следующие значения:

$$\alpha = 14^\circ 34'; \quad B_{11} = -9,0537; \quad B_{33} = -5,0244.$$

Каноническое уравнение поверхности примет вид:

$$Y - 92,18 = -9,0537X_1^2 - 5,0244X_3^2. \quad (6)$$

Подставляя различные значения показателя точности сортирования в уравнение (6), получим уравнения контурных кривых второго порядка (см. рис. 2), представляющие семейство сопряженных эллипсов – линий равного значения точности сортирования.

Для определения оптимального значения точности сортирования клубней в зависимости от амплитуды колебаний  $x_2(A)$  и угла наклона решет  $x_3(\beta)$  приравняли нулю значение фактора  $x_1(\omega)$  частоты колебаний. В этом случае уравнение регрессии принимает вид:

$$y' = 91,4263 - 1,8746x_2 + 1,3641x_3 + 4,3225x_2x_3 - 4,6471x_2^2 - 5,2796x_3^2. \quad (7)$$

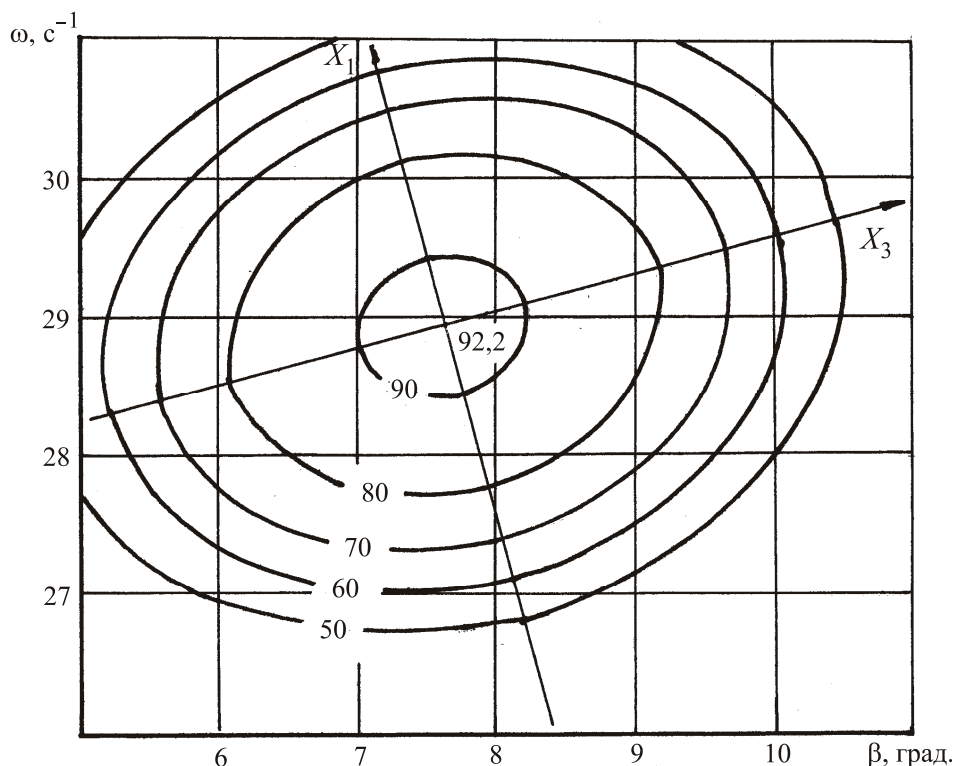


Рис. 2. Двумерные сечения поверхности отклика, характеризующей зависимость точности сортирования средней (семенной) фракции клубней от угла наклона и частоты колебаний решет

Выполнив действия и вычисления по вышеизложенной методике, определим оптимальные значения амплитуды колебаний, угла наклона решет и точности сортирования в центре поверхности отклика соответственно:

$$A = 28,6 \text{ мм}; \quad \beta = 7,59^\circ; \quad \mu = 91,63 \%,$$

угол  $\alpha$  поворота новых осей координат с началом в центре поверхности отклика и канонические коэффициенты:

$$\alpha = -12^\circ 54'; \quad B_{22} = -5,5357; \quad B_{33} = -4,3907.$$

Каноническое уравнение поверхности запишется:

$$Y - 91,63 = -5,5357X_2^2 - 4,3907X_3^2. \quad (8)$$

Двумерное сечение поверхности отклика, описываемой уравнением (8), представлено на рис. 3.

По агротехническим требованиям в каждой фракции откалиброванных клубней количество других фракций не должно превышать 10 %, то есть точность сортирования по каждой фракции должна быть не менее 90 %.

Совместная оценка двумерных сечений поверхностей отклика показывает, что для получения результатов, соответствующих агротехническим требованиям, оптимальными параметрами процесса сортирования

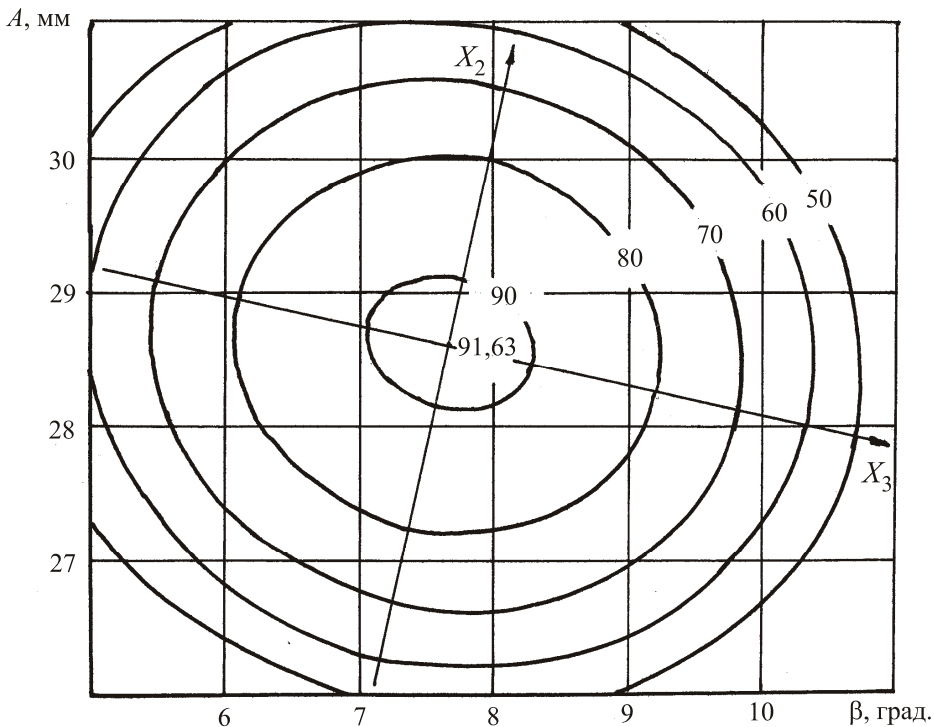


Рис. 3. Двумерные сечения поверхности отклика, характеризующей зависимость точности сортирования средней (семенной) фракции клубней от угла наклона решет и амплитуды их колебаний

клубней картофеля на машинах грохотного типа с решетками, образованными правильными шестиугольными отверстиями, будут: угол наклона решет  $\beta = 7...8^\circ$ , амплитуда  $A = 28...29$  мм, частота колебаний  $\omega = 28,4...29,4$  с<sup>-1</sup> при 95%-м уровне достоверности полученных результатов.

#### *Список литературы*

1. Пат. 40836 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> А 01 D 33/08. Картофеле-сортировальная машина / Волосевич П.Н. ; заявитель и патентообладатель Волосевич П.Н. – № 2004114104; заявл. 06.05.2004; опубл. 10.10.2004. – Бюл. № 28.
2. Волосевич, П.Н. Влияние на точность сортирования геометрических свойств отверстий решет и клубней / П.Н. Волосевич, Д.А. Неверов // Вестн. Саратов. госагроун-та им. Н.И. Вавилова. – 2009. – № 4. – С. 29–33.
3. Волосевич, П.Н. Влияние формы клубней картофеля и отверстий решет картофелесортировальных машин на их пропускную способность // П.Н. Волосевич, Д.А. Неверов // Вестн. Саратов. госагроун-та им. Н.И. Вавилова. – 2009. – № 9. – С. 48–52.
4. Карманов, С.Н. Урожай и качество картофеля / С.Н. Карманов, В.П. Кирюхин, А.В. Коршунов. – М. : Россельхозиздат, 1988. – 167 с.
5. Мельников, С.В. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов / С.В. Мельников, В.Р. Алешкин, П.М. Роцин. – Л. : Колос, 1980. – 168 с.
6. Технологии, машины и оборудование для возделывания, уборки, хранения и переработки картофеля : каталог-справочник / М-во сел. хоз-ва и продовольствия Рос. Федерации ; Гл. упр. науки и техн. прогресса ; НИИИТЭИ по инж.-техн. обеспечению агропром. комплекса (Информ-агротех) ; гл. ред. Л.П. Кормановский. – М. : Информагротех, 1994. – 96 с.

---

### **Mathematical Model of the Engineering Process of Potato Tuber Sizing on Holed Hex-Shaped Grids**

**A.I. Zavrazhnov, P.N. Volosevich**

*Michurinsk State Agrarian University, Michurinsk*

**Key words and phrases:** accuracy of the sorting; constructive parameters; the mathematical model; potato sorting; working modes.

**Abstract:** The mathematical model of potato sorting process that links sorting accuracy with operation factors of the workflow is produced by the method of the multi-factor experiment planning.

---

© А.И. Завражнов, П.Н. Волосевич, 2010