

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ В TDMA-СЕТЯХ

Т.С. Лугуев

ГОУ ВПО «Дагестанский государственный университет»,
г. Махачкала

Рецензент д-р техн. наук, профессор М.Г. Алишаев

Ключевые слова и фразы: оптимизация расписаний; потоки в сетях; реберная раскраска; сенсорные сети.

Аннотация: Рассматриваются сети, работающие в режиме множественного доступа с разделением времени. Для таких сетей предлагается алгоритм определения продолжительности кратчайшего по времени расписания передачи сообщений, основанный на нахождении максимального потока в транспортной сети.

Введение

Множественный доступ с разделением по времени (Time Division Multiple Access **TDMA**) – это способ организации передачи данных, позволяющий существенно уменьшить энергозатраты передающих устройств в сети. Минимизация расхода энергии особенно актуальна в беспроводных сенсорных сетях.

Беспроводные сенсорные сети представляют собой множество интеллектуальных датчиков, связанных друг с другом по беспроводным каналам связи. Каждый датчик включает в себя процессор, небольшой объем памяти и передающее устройство. Датчики могут распознавать изменения какой-нибудь характеристики окружающей среды и обмениваться данными с соседними датчиками. Технологии беспроводных сенсорных сетей используются в ряде приложений, таких как создание архивов данных наблюдений, мониторинг окружающей среды и других [5].

Беспроводные сенсорные сети отличаются от обычных беспроводных коммуникационных сетей тем, что частота обмена данными очень мала, и датчики работают от аккумуляторных батарей, подзарядка которых невозможна, поэтому энергия является очень дорогим ресурсом в датчиках.

Лугуев Т.С. – ассистент кафедры «Дискретная математика и информатика», e-mail: timur@luguev.ru, ГОУ ВПО «ДГУ», г. Махачкала.

Существующие протоколы передачи данных для беспроводных сетей, такие как IEEE 802.11, требуют многочисленных повторных пересылок пакетов из-за возможных конфликтных ситуаций [4]. Поскольку при каждой пересылке данных расходуется энергия, такие протоколы не применимы при использовании датчиков с ограниченным запасом энергии. Поэтому для беспроводных сенсорных сетей получили распространение протоколы, работающие на основе TDMA, позволяющие сохранять энергию, отключая передатчик в моменты, когда ни передача, ни прием не осуществляются.

Для сохранения энергии в TDMA-сетях, обмен информацией между датчиками происходит периодически в определенные промежутки времени. Каждый такой промежуток передачи информации делится на L временных интервалов. Передача информации организована таким образом, что передающий единицу информации датчик отправляет ее за один временной интервал l_i , а принимающий датчик осуществляет получение той же информации в следующий временной интервал l_{i+1} . При этом датчики могут принимать либо отправлять только одну единицу информации за один временной интервал. Актуальной задачей является нахождение *оптимального расписания*, то есть расписания, у которого является минимальным количество временных интервалов L , за которое весь обмен информацией между датчиками будет завершен. Для нахождения минимального L , при котором датчики осуществят обмен всей информации, в настоящей работе используется следующая теоретико-графовая модель.

Теоретико-графовая модель

Пусть задан граф $G = (V, E)$, где V – соответствует множеству датчиков в сети, а ребра e_{ij} из E соответствуют единицам информации, которые необходимо передать между i -м и j -м датчиками. Для графа G рассмотрим двойственный двудольный граф $G' = (X', Y', E')$, где множество Y' соответствует множеству датчиков в сети, а любой вершине x_0 из X' инцидентны ровно два ребра e_{i0} и e_{0j} . Таким образом, (e_{i0}, x_0, e_{0j}) соответствует одной единице информации, которую необходимо передать из i -го датчика в j -й.

Рассматриваемая задача оптимизации расписания передачи сообщений в локальной сети сводится к задаче реберной раскраски графа G' таким образом, чтобы ребра, инцидентные одной вершине из Y' , имели различные цвета, а ребра, инцидентные одной вершине из X' , имели цвета, отличающиеся ровно на 1.

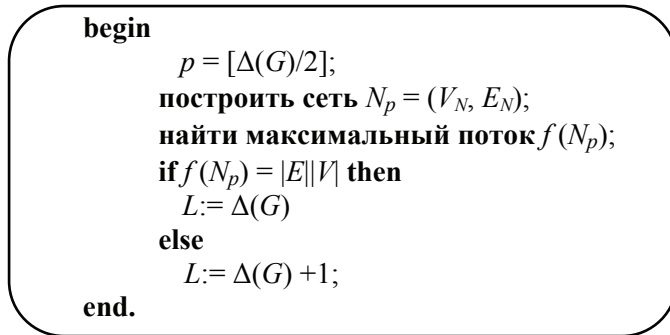
Пусть $\Delta(G')$ – максимальная степень вершин графа G' . В работе [1] получено, что для существования реберной раскраски в 5 цветов графа G' с $\Delta(G') = 5$ необходимо и достаточно, чтобы $2|V_H| \geq |E_H|$ для любого подграфа $H = (V_H, E_H)$ графа G . Также существует гипотеза, что для существования реберной раскраски графа G' в $\Delta(G')$ цветов необходимо и достаточно, чтобы для любого подграфа $H = (V_H, E_H)$ графа G выполнялось условие $[\Delta(G')/2]|V_H| \geq |E_H|$ (*). Для проверки условия (*) построен полиномиальный алгоритм, основанный на потоковых методах.

Алгоритм определения продолжительности оптимального расписания

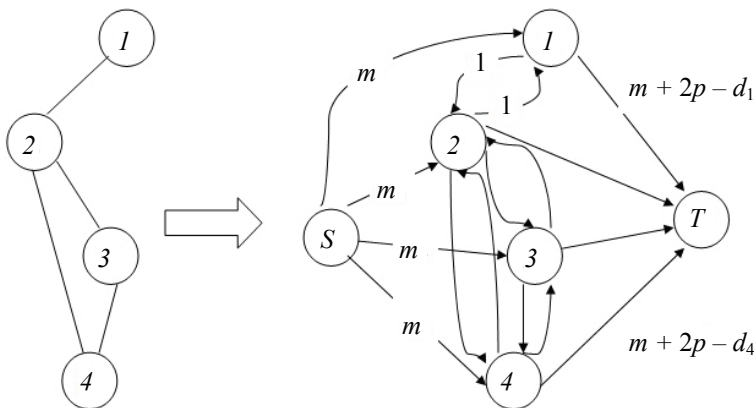
Для $p = \lceil \Delta(G)/2 \rceil$ построим сеть $N_p = (V_N, E_N)$. Для этого добавим к множеству вершин V источник S и сток T и заменим каждое ребро графа G на два ориентированных ребра пропускной способности 1 каждое. Далее соединим источник с каждой вершиной i графа G ребром пропускной способности $|E|$; и соединим каждую вершину i графа G со стоком ребром пропускной способности $|E| + 2p - d(v_i)$, где $d(v_i)$ – степень вершины i графа G , его построение иллюстрирует рис. 1.

Будем называть отношение $|E|/|V|$ – плотностью графа $G = (V, E)$. Условие (*) может быть переписано в следующем виде $\lceil \Delta(G)/2 \rceil \geq D$, где D – максимальная плотность среди подграфов графа G . В работе [3] в терминах минимальных разрезов получено, что если максимальный поток в сети $N_p = |E|/|V|$, то $p \geq D$, в противном случае $p \leq D$.

Последнее приводит к следующему алгоритму определения продолжительности оптимального расписания.



В представленном алгоритме используются методы нахождения максимального потока в транспортной сети [2]. Эффективность алгоритмов нахождения максимального потока зависит от типа и размера исходного графа, поэтому исследовались модификации алгоритма, использующие различные методы определения максимального потока в сети.



**Рис. 1. Исходный граф $G = (V, E)$, в котором $|E| = m$,
и сеть $N = (V_N, E_N)$, строящаяся на его основе**

Различные модификации алгоритма

Исследование алгоритмов нахождения максимального потока осуществлялось для двух случаев:

- для произвольных графов с заданным отношением $D/|V|$;
- для двудольных графов с заданной степенью вершин.

Генерация графов первого типа осуществлялась по следующему алгоритму.

Для каждой пары вершин (v_i, v_j) генерировалось случайное число от 0 до 100. Если полученное число меньше заданного отношения $D/|V|$, к множеству дуг добавлялась дуга (v_i, v_j) .

Алгоритм, генерирующий случайные графы второго типа, имеет следующий вид.

Для каждой вершины i из первой доли устанавливалась степень $\text{deg}X[i]$ путем выбора случайного числа из интервала от 1 до заданной степени графа.

```
for  $j := 0$  to  $\text{deg}X[i - 2]$  do begin
  repeat
     $\text{rnd} := \text{random}(n2)$ ; // выбираем случайную вершину
    из второй доли,  $n2 = |Y|$ 
  until
     $\text{deg}Y[\text{rnd}] \leq m$ ; // степень которой еще не превысила  $m = |E|$ 
     $\text{deg}Y[\text{rnd}] := \text{deg}Y[\text{rnd}] + 1$ ; // увеличиваем степень выбранной
    вершины  $\text{addEdge}(G, i, \text{rnd})$ ; // добавляем ребро от вершины  $i$ 
    первой доли к случайной вершине из второй доли
end.
```

С использованием первого способа генерации графов были получены графы, состоящие из 3000 вершин, и имеющие различные коэффициенты плотности. Для сгенерированных графов величина $D/|V|$ варьировалась от 0,05 до 0,85 (коэффициент 1 соответствует полному графу). С использованием второго способа генерации графов получены двудольные графы с 1 000 000 вершин и значениями степени графа от 5 до 80.

Для этих графов исследовалось несколько модификаций алгоритма определения продолжительности оптимального расписания. Каждая из модификаций соответствовала определенному методу нахождения максимального потока. Для поиска максимального потока использовались методы проталкивания предпотока (highest-label, FIFO, и highest-label без эвристики удаления зазоров) и алгоритм Диница [2].

Эксперимент проводился на компьютере с процессором AMD Sempron 3000+ с 1 Гб оперативной памяти под управлением операционной системы Linux (дистрибутив Ubuntu 9.05). Каждый алгоритм выполнялся по 5 раз.

С увеличением плотности сети увеличивалось и время выполнения алгоритмов. Как можно видеть из рис. 2, алгоритмы, использующие в основе методы проталкивания предпотока, показали примерно одинаковое время выполнения, в то время как реализация алгоритма, основанная на методе Диница, выполнялась несколько быстрее.

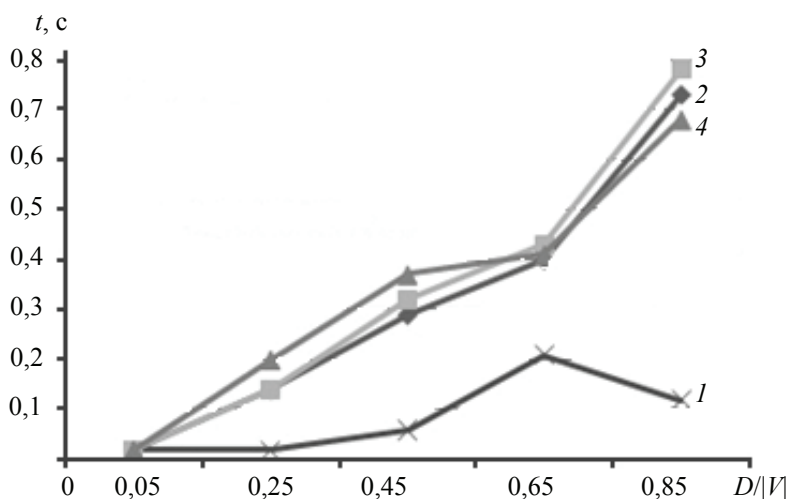


Рис. 2. Время выполнения модификаций алгоритма в зависимости от плотности графа:

1 – алгоритм Диница; 2 – Highest-label; 3 – FIFO; 4 – Highest-label без эвристики пропусков

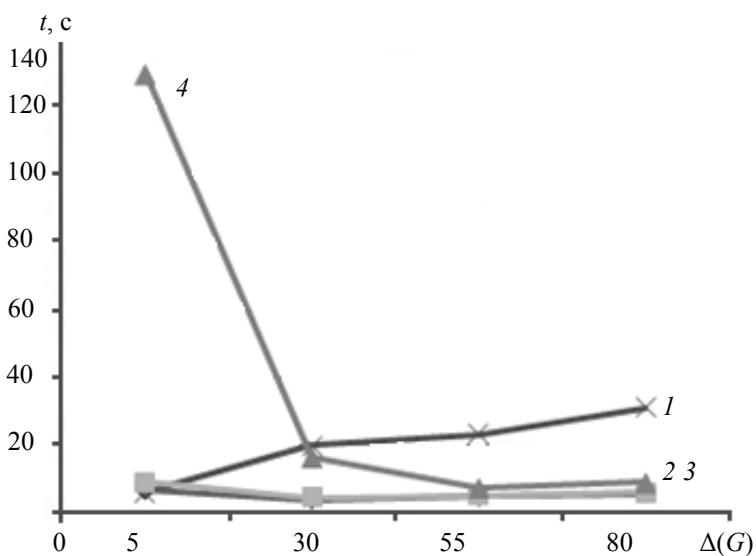


Рис. 3. Время выполнения модификаций алгоритма в двудольных сетях в зависимости от степени графа:

1 – алгоритм Диница; 2 – Highest-label; 3 – FIFO; 4 – Highest-label без эвристики пропусков

Из рис. 3, на котором приведены результаты эксперимента для двудольных графов, видно, что на практике методы проталкивания предпотока оказываются более эффективными, несмотря на то что алгоритм Диница имеет лучшую теоретическую оценку. Алгоритмы, основанные на методах проталкивания предпотока, устойчиво хорошо работают вне зависимости от степени графа, в то время как длительность работы алгоритма Диница существенно возрастает при увеличении степени графа.

Выводы

Предложенный алгоритм нахождения продолжительности оптимального расписания является полиномиальным, и может быть использован для уменьшения энергозатрат в сенсорных сетях. Для достижения наилучших результатов необходимо выбирать различные модификации алгоритма с учетом структуры сенсорной сети и ее размера.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 09-01-96504-р_юг_а.

Список литературы

1. Магомедов, А.М. Условия существования непрерывных расписаний длительности пять / А.М. Магомедов, А.А. Сапоженко // Вест. Моск. гос. ун-та. Сер. : Вычислит. матем. и кибернетика. – 2010. – № 34(1). – С. 39–44.
2. Asano, T. Recent developments in maximum flow algorithms / T. Asano, Y. Asano // Journal of the operations research Society of Japan. – 2000. – № 43(1). – P. 2–31.
3. Goldberg, A.V. Finding a Maximum Density Subgraph / A.V. Goldberg // Technical Report UCB.CSD 84.171. – University of California. – 1984. – 10 p.
4. LAN/MAN Standards Committee of the IEEE Computer Society. Wireless LAN medium access control and physical layer specification // Std. 802.11. – New York. – 1997.
5. Pottie, G.J. Wireless sensor networks / G.J. Pottie // Information Theory Workshop. – 1998. – P. 139–140.

Identification of Optimal Scheduling Duration in TDMA Networks

T.S. Lugev

Dagestan State University, Makhachkala

Key words and phrases: edge coloring; network flows; scheduling optimization; sensor networks.

Abstract: Time division multiple access networks are observed. For these networks the method of identification of optimal scheduling duration which is based on maximum flow algorithm is proposed.

© Т.С. Лугуев, 2010