УДК 004.04

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЕВОГО ПРОСТРАНСТВА ИНФОРМАЦИОННЫХ МАССИВОВ

С.В. Данилкин

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет», г. Тамбов

Ключевые слова и фразы: информационные массивы; кортеж; проектирование; целевое пространство.

Аннотация: В работе предложено определение целевого пространства информационных массивов в виде кортежа, рассматривается система отношений, позволяющая эффективно решать задачи проектирования информационных массивов.

При анализе и проектировании информационных массивов (**ИМ**) всегда предполагается наличие некоторого пространства и возможность осуществить сравнение его элементов для выбора предпочтительного варианта среди имеющихся. Выделение исходного множества ИМ $X = \{x\}$ из множества x_Σ всех ИМ осуществляется по признакам, характеризующим рассматриваемую конкретную задачу. Несомненно, что важнейшим из признаков, служащих для характеризации ИМ, является цель функционирования. При проектировании из всего множества ИМ прежде всего отбираются те, которые отвечают одной и той же (главной) цели функционирования или одному и тому же множеству (главных) целей функционирования.

Ввиду особой роли, которую играет главная цель функционирования, введем для нее специальное обозначение $aim\ x$. Отношение A «иметь общую главную цель функционирования или общее множество главных целей», т.е. xAy, если $\operatorname{aim} x = \operatorname{aim} y,\ x,\ y \in X_\Sigma$, является отношением эквивалентности. Отсюда следует, что на множестве $X \subset X_\Sigma$ ИМ, имеющих общую цель $\xi(\xi = \operatorname{aim} x, \quad x \in X)$, все элементы по данному признаку эквивалентны. Разумеется, на множестве $\boldsymbol{X}$ могут существовать и другие отношения эквивалентности R.

Для возможности сопоставления ИМ $x \in X$, имеющих общую цель, предположим, что для некоторых элементов X задано также отношение

Данилкин С.В – заведующий лабораторией кафедры «Информационные системы и защита информации» ТамбГТУ, E-mail: danilkin36l@yandex.ru, г. Тамбов

xPy частичного порядка.

Подмножество X множества X_Σ всех ИМ с заданными на нём отношениями эквивалентности $\{R\}$ и частичной упорядоченности $\{P\}$, имеющее в числе признаков ИМ общую главную цель (или цели), будем называть *целевым пространством* ***(ЦП)***. ЦПИМ есть (кортеж из 3 элементов):

$$ЦПИМ = < X, \{R\}, \{P\} >, R = \{R\}, P = \{P\} \qquad (1)$$

при условии общности главной цели (целей) (из $x \in X$ вытекает, что $A = \mathrm{aim} x \in \{R\}$) и замкнутости $\{R\}, \{P\} : R', P',$ логически вытекающие из *R, P,* также входят в ЦПИМ, отметим, что ЦПИМ является моделью Тарского.

Рассмотрим структуру отношений на ЦПИМ. Будем использовать алгебраические понятия теории структур [3]. Рассмотрим множество $R = \{R\}$ всех эквивалентностей, определенных на ЦПИМ; оно по определению не пусто. Если $R_1, R_2 \in R$, то примем, что:

$$R_1 \le R_2 \overset{\Delta}{=} (\text{из } xR_1y \text{ вытекает } xR_2y)$$
$$\text{и из } R \in R,\ R \le R' \text{ следует, что } R' \in R. \qquad (2)$$

Это отношение логического следования будем, записывать в виде:

$$R_1 \le R_2 \overset{\Delta}{=} xR_1y \to xR_2y. \qquad (2.1)$$

Определённое, таким образом на R отношение $\le$ рефлексивно, антисимметрично, транзитивно, т.е. устанавливает на R частичный порядок. Нетрудно установить, что пара $\langle R, \le \rangle$ является *полной структурой* [3]. Действительно, пусть $T \subset R$ – произвольное непустое подмножество R. Определим отношение R_* следующим образом:

$$xR_*y \overset{\Delta}{=} (xR_{1y} \forall R_* \in T)\ xR_1y\,. \qquad (3)$$

Поскольку определённое в (3) отношение R_* есть эквивалентность, то $R_* \in R$ и является точной линией гранью *T*.

Определим отношение R^*, используя результат работ следующим образом:

$$xR^*y \overset{\Delta}{=} \{\exists (R_1, R_2, ..., R_n) \in T,$$
$$\exists (x = z_1, z_2, \ldots, z_n, z_{n+1} = y) \in X, z_i R_i z_{i+1} (i = \overline{1, n})\}\,. \qquad (4)$$

Отношение (2) / (4) является транзитивным замыканием и эквивалентностью.

Таким образом, R есть полная структура [4]; роль единицы в которой, очевидно, играет отношение $A \in R$ «иметь одну и ту же главную цель (цели)», связывающее все элементы ЦПИМ. Итак, R – полная структура с единицей (или *полная моноструктура).*

В дальнейшем, наряду с понятием структуры, часто используется также понятие *полугруппы* [1; 2].

Из приведённых определений следует, что множество R отношений эквивалентности на ЦПИМ является коммутативной полугруппой с единицей *(коммутативным моноидом)* относительно операции пересечения отношений $R \in R$, определённой согласно (3):

$$(R = R_1\ R_2) \overset{\Delta}{=} (xRy \to xR_1 y \wedge xR_2 y), \qquad (5)$$

где $\wedge$ – логический символ «И». Действительно, R является эквивалентностью и выполняются как ассоциативный закон: $R_1(R_2 R_3) = (R_1 R_2) R_3$, так и коммутативный закон: $R_1 R_2 = R_2 R_1$.

Роль единицы этой подгруппы, очевидно, играет отношение $A \in R$: поскольку оно справедливо для всех без исключения элементов ЦПИМ, то для произвольного $R \in R$ справедливо $AR = RA = R$.

Непосредственно из определения полугрупповой операции следует, что для любого $R \in R$ $RR = R$, т.е. каждый элемент полугруппы является идемпотентом. Итак, $S = \langle \{R\}, \cdot \rangle$ – коммутативный моноид идемпотентов или, в терминологии теории полугрупп, коммутативная связка, причем структура $\boldsymbol{R}$ и полугруппа S сопряжены.

Отметим, что в полугруппе S формально иным образом может быть введено частичное упорядочение, а именно $R_1 < R_2$, тогда и только тогда, когда R_1 «делится» на R_2, иначе говоря, существует отношение $R \in S$ такое, что $R_1 = R_2 R$, которое обладает свойствами рефлексивности, транзитивности и антисимметричности. Относительно указанного частичного порядка полугруппа S является полной структурой R', причем структура R' и полугруппа S также являются сопряженными [1, 2].

Полугрупповая операция в структуре R формально иным образом, а именно

$$R_1 R_2 = R_2 R_1 = \inf \{R_1, R_2\},$$

причем относительно этой операции R является коммутативной связкой S', сопряженной с R. Из единственности коммутативной связки, сопряженной с данной структурой, вытекает изоморфность S и S', R и R'.

Для иллюстрации приведем примеры некоторых эквивалентностей, используемых на практике при формировании ЦПИМ:

– отношение $R_{оп}$ «иметь один и тот же прототип (эталон)»: $xR_{оп}y$ тогда и только тогда, когда $x, y \in X$ имеют общий прототип x_0;

– отношение $R_{пр}$ «иметь одну и ту же программную реализацию», например, одинаковые структуру, язык реализации, базы данных;

– отношение $R_{аО}$ «использовать одно и то же информационное (программное, аналитическое, математическое) обеспечение»;

– отношение R_d динамической эквивалентности: $xR_d y, x, y \in$ ЦПИМ, тогда и только тогда, когда x, y обеспечивают одинаковое значение функционала $Q: Q(x) = Q(y)$, или функционалов $Q_q: Q_q(x) = Q_q(y)$, определяющих качество выполнения главной цели (целей) в одном и том же для x и y диапазоне условий функционирования $(q = \overline{1, n})$;

– отношение $R_{оу}$ «иметь один и тот же закон (способ, метод) управления»;

– отношение $R_{ВЗ}$ взаимозаменяемости: $xR_{ВЗ}y$ означает, что x взаимозаменяем с y.

Отношения частичной упорядоченности на ЦПИМ состоят в сравнении систем между собою по характеристикам P_A её выполнения (таким, например, как качество, точность, надёжность, достоверность, быстродействие и т.д.), по объёму P_V аппаратуры, обеспечивающей выполнение цели, объёму и составу $P_И$ требуемой информации и другим техническим условиям и требованиям.

Пусть $P \in P$, где P – множество отношений частичного порядка на ЦПИМ, а $x_1 > x_2 > \ldots > x_n > \ldots$ – убывающая цепочка элементов $x_1 \in X$ относительно P. Для приложений целесообразно считать, что выполнено следующее свойство: любая убывающая цепочка систем из ЦПИМ $x_1 > x_2 > \ldots > x_n > \ldots$ имеет минимальный элемент, т.е. такую систему x_{n+p}, что $x_i \geq x_{n+p}$ для любого i (иначе говоря, указанная цепочка где-то стабилизируется: $x_{n+p} = x_{n+p+1} = \ldots$). Данное предположение для ЦПИМ оправдано тем, что для реализации цели всегда необходимо иметь какой-то минимум средств, устройств, информации и т.д., а характеристики выполнения цели ограничены и с какого-то значения практически неразличимы.

Отметим, что при введении ЦПИМ проектирование рассматривается на уровне систем и подсистем; построение систем из элементов при этом не рассматривается.

Процесс проектирования ИМ тесно связан с анализом и синтезом характеристик ИМ, являющихся элементами ЦПИМ. Анализ включает в себя выявление свойств и параметров ИМ для сравнения с желаемыми, т.е., с математической точки зрения, отображение ЦПИМ на множество характеристик или множество значений какого-либо функционала, например, качества или стоимости. Синтез включает в себя обратное отображение множества свойств, выраженных на соответствующем языке, в (или на) ЦПИМ, при котором отбирается подмножество ЦПИМ, элементы которого обладают требуемыми характеристиками и заданными значениями указанных функционалов.

В связи с этим рассмотрим тройку $\langle X,Y,f\rangle$, где $X = \{x\}$ – множество элементов ЦПИМ, $Y = \{y\}$ – множество свойств (или их представлений), которыми можно характеризовать элементы X, f – отображение $X \xrightarrow{f} f$. Такая тройка, как известно, является морфизмом с областью определения X и областью значений Y. Морфизму $\langle X,Y,f\rangle$, сопоставим образ $\mathrm{im} f$ и ядро $\ker f$, определеённые согласно формулам:

$$\mathrm{im} f \stackrel{\Delta}{=} \bigcup_{x \in X} f(x), \ker f = \bigcup_{y \in \mathrm{im} f} f^{-1}(y). \qquad (6)$$

Ядро $\ker f$ определяет разбиение ЦПИМ на множества $f^{-1}(y)$, являющиеся смежными классами эквивалентности $\overset{f}{\sim} : x \overset{f}{\sim} x'$ тогда и только тогда, когда $y = f(x) = y' = f(x')$.

Отображение f является *сюръективным,* если оно распространено на всё множество характеристик Y, т.е., и именно такие отображения будут рассматриваться в дальнейшем

$$\mathrm{im} f = Y, \ker f = \bigcup_{y \in Y} f^{-1}(y). \qquad (6')$$

При анализе или синтезе ИМ из ЦПИМ, выполняемом с помощью морфизма $\langle X, Y, f \rangle$, необходимо оценивать степень детализации разбиения ЦПИМ на классы, которая обеспечивается данным словесным представлением. Пусть $\langle X, Y, f \rangle, \langle X, Y, \varphi \rangle$ – два различных $(f \neq \varphi)$ морфизма. Рассматривая $\ker f$ и $\ker \varphi$ как подмножества декартова произведения $X \times X$ (т.е. множества пар ИМ из ЦПИМ), получим упорядочение отображений по включению: $f < \varphi$ тогда и только тогда, когда $ker\, f \subset ker \varphi$ или, иными словами, когда имеет место логическое следование $x \overset{f}{\sim} x' \to x \overset{\varphi}{\sim} x'$. Отношение < рефлексивно и транзитивно; таким образом, становится возможным рассматривать упорядоченное множество $\Sigma = \{\sigma\}$ разбиений ЦПИМ на блоки, причем $\sigma'^{*} \leq \sigma''(\sigma', \sigma'' \in \Sigma)$ означает, что любая пара $\langle x_1, x_2 \rangle$, входящая в один блок разбиения σ', входит также в один блок разбиения σ''. Иначе говоря, разбиение σ' относительно σ'' является точным, а разбиение σ'' относительно σ' – грубым. В множестве Σ есть самое точное разбиение («нуль» Σ) – поэлементное, в котором каждый блок состоит из единственной системы из ЦПИМ, и самое грубое разбиение («единица» Σ), состоящее из одного блока, которым является все $\boldsymbol{X}$. Очевидно, $\sigma'^{*} < \sigma''$ тогда и только тогда, когда σ'' состоит из тех же блоков, что и σ', но найдется хотя бы одна пара разных блоков из σ', которые в σ'' объединены в один блок. Это обстоятельство позволяет определить на Σ операцию пересечения разбиений множества $\boldsymbol{X}$.

Обозначим эквивалентность, отвечающую разбиению σ, через $\overset{\sigma}{\approx}$; тогда

$$x \overset{\sigma' \wedge \sigma''}{\approx} x' \overset{\Delta}{=} x \overset{\sigma'}{\approx} x' \vee x \overset{\sigma''}{\approx} x'.$$

Этим определена операция $\sigma = \sigma' \cap \sigma''$. Таким образом, множество разбиений Σ является полной моноструктурой, состоящей из идемпотентов.

Таким образом, в работе введено в рассмотрение целевое пространство информационных массивов и построена система отношений, позволяющая эффективно решать задачи проектирования информационных массивов.

Список литературы

1. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп / Под ред. М. Арбиба. – М. : Статистика, 1975.
2. Кузьмин, В.Б. Построение групповых решений в пространствах четких и нечетких бинарных отношений / В.Б. Кузьмин. – М. : Наука, 1982.

3. Лейбкинд, А.Р. / Математические методы и модели формирования организационных структур управления / А.Р. Лейбкинд , Б.Л. Рудник, А.А. Тихомиров. – М. : МГУ, 1982. – 232 с.

4. Растригин, Л.А. Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растригин. – М. : Сов. радио, 1980.

Identification of Target Space of Information Collection

S.V. Danilkin

Tambov State Technical University, Tambov

Key words and phrases: information collection; tuple; designing; target space.

Absaract: The paper proposes the definition of target space of information collection in the form of tuple; it studies the system of relationships enabling to study effectively the tasks of information collection designing.
