

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ИНФОРМАЦИИ О СТРУКТУРНОМ СОДЕРЖАНИИ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ИЗ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ ВЗАИМОЗАВИСИМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А.С. Дулесов, Е.А. Ускова

ГОУ ВПО «Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова»,
г. Абакан

Ключевые слова и фразы: время восстановления; вероятность безотказной работы или отказа; информация; коэффициент готовности; частота отказов.

Аннотация: Рассмотрены возможности применения формулы Шеннона для оценки состояния структуры технической системы. Дано теоретическое обоснование применения в данной формуле средних значений времени восстановления и наработки на отказ элемента.

Введение

При рассмотрении поведения технической системы с позиции надежности и эволюционного развития немаловажное значение приобретают вопросы изменчивости информации. Поскольку такие системы относят к открытым, то реакции в них свидетельствуют об изменении величины информации. Так, например, выход из строя элемента системы, его замена или ремонт, расширение системы через внедрение новых элементов – все это приводит к изменению параметров и, следовательно, информации. Принимаются решения о поддержании надежной работы технической системы, тем самым, решается задача управления. При этом звено управления отслеживает, обрабатывает и накапливает полезную информацию, повышая уровень организации и надежности системы.

В основе структурных изменений системы лежит вероятностная природа поведения факторов воздействия. Конструируя (синтезируя) через обработку информации структуру системы можно добиться уменьшения отклонений, обеспечив, тем самым, ее живучесть.

Целенаправленный сбор и интегрирование информации, отражающей состояние системы, являются условиями формирования видоизмененной структуры открытой технической системы. Поддержание высокого уровня надежности (при воздействии внешних и внутренних угроз) путем смены алгоритма функционирования через выбор конкретной структуры свидетельствует о поступательном, эволюционном развитии системы.

Постановка задачи исследований. Анализ надежности транспортных (электрических, трубопроводных и др.) сетей, в частности, опирается на использование структурных моделей. При этом речь идет о структурной надежности сетей, которые изображаются в виде плоского ориентированного графа, в котором дуги соединены между собой последовательно и параллельно. Дуга отображает на графе элемент сети с параметрами: вероятность безотказной работы или отказа; коэффициент готовности или неготовности; время восстановления; частота отказов и др.

Используя методы определения показателей структурной надежности, можно судить о надежности (безотказной работы) потоковой связи между источником и потребителем.

Тем не менее, полученные показатели не позволяют судить о структурных сдвигах в системе и возможных путях ее развития. Если постараться решить эту проблему с дополнительным использованием теории функциональной надежности, возникают трудности в согласованности параметров, то есть математической формализации задачи.

Опираясь на методологию избирательного отражения и отбора информации о поведении системы, можно не только судить о состоянии, но и принимать решения, направленные на ее развитие.

Далее в работе предлагается математическая модель определения количества информации о структурном содержании технической системы. В основу модели положена формула Шеннона.

Возможности применения формулы Шеннона связаны с необходимостью определения величины информации: «Если множество возможных сообщений конечно, то число сообщений или любую монотонную функцию от этого числа можно рассматривать как меру информации...» [1]. Следовательно, выражения вида:

$$I = -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad (1)$$

играют ключевую роль в теории информации в качестве меры количества информации. Формула (1) позволяет осуществлять выбор источников информации в системе и оценивать неопределенность. В ней p_i – вероятность появления события i из общего числа событий, равного n .

Выражению (1) предшествовала формула (предложенная Шенноном):

$$I = -\sum_{j=1}^m p_j \log p_j, \quad \sum_{j=1}^m p_j = 1, \quad (2)$$

где p_j – вероятность события (сигнала) со значением j , m – количество вариантов, которое может принимать сигнал.

Если рассматривать поток сигналов в виде двоичных чисел (цифра 1 и цифра 0), то принимается $m = 2$. Тогда выражение (2) будет иметь вид:

$$I = -(p \log_2 p + q \log_2 q), \quad p + q = 1, \quad (3)$$

где p – вероятность появления сигнала в потоке, $q = 1-p$ – вероятность его отсутствия.

Выражение (3) справедливо дает определение количества информации, исходящее только от одного источника или элемента системы.

Для системы из n элементов будет справедливым выражение:

$$I = -\sum_{i=1}^n (p_i \log_2 p_i + q_i \log_2 q_i), \quad (4)$$

которое согласуется с выражением (1) при $n = 2$ и $p = 1-q$, а также с (3).

Выражение (4) позволяет определить величину информации, по которой можно судить о состоянии технической системы. При этом следует иметь в виду, что информация, в случае рассмотрения двух возможностей ($m = 2$) с вероятностями p и q , может иметь повторные значения. Так, например, для различных промежутков времени: 1) $p = 0,8$, $q = 1-0,8 = 0,2$; 2) $p = 0,2$, $q = 1-0,2 = 0,8$. Тогда, в силу закона изменения величины информации по (4), ее значение в первом и во втором случае будет равным 1,44 бит. В данном случае по величине информации невозможно судить о том, является ли система надежной или ненадежной по отношению к выполнению функций передачи энергии от генерирующих источников к потребителям. Тем не менее, в любую открытую техническую систему извне (от системы управления) регулярно вносится энергия (информация), необходимая для сохранения высокого уровня надежности. Поэтому в реальных условиях функционирования системы поступающая от каждого ее элемента информация указывает на соотношение $p \gg q$. Следовательно, полученная в результате расчета величина информации будет указывать на то, что «система работает надежно», а для оценки состояния технической системы применимо выражение (4).

Если не ограничиваться возможностями определения величины информации через вероятность наступления событий, можно выйти за пределы структурного содержания системы, учтя при этом дополнительные возможности ее функционирования. Тогда можно рекомендовать выражение (2) при условии, что двоичные «... числа могут представлять что угодно – напряжение, расстояние или время. Любое количество, представленное двоичным числом, несет информацию ...» [2], величина которой определяется выражением:

$$I = -\sum_{k=1}^k (p_k \log_2 p_k + q_k \log_2 q_k) \quad (5)$$

где k – количество цифр, кодирующих величину показателя системы. Количество информации по выражению (5): $I = -m(p \log_2 p + q \log_2 q)$, при $p_k = p$ и $q_k = q$; $I = m$ при $q = p$.

Несмотря на важность применения выражений (2) и (5) в задачах определения величины информации о состоянии системы, предварительно следует оцифровывать ее показатели. Это накладывает определенные трудности на решение задачи. В случае преодоления указанных трудностей остается нерешенным вопрос об учете зависимых событий, например, для систем состоящих из цепей последовательно соединенных элементов.

Теоретическое обоснование использования показателей надежности. В теории структурной надежности используется ряд показателей, среди которых можно выделить коэффициенты готовности и неготовности восстановленных элементов и др.

Коэффициенты определяются по выражениям:

$$K_G = \frac{T_O}{T_O + T_B}, \quad K_H = 1 - K_G, \quad (6)$$

K_G и K_H – соответственно, коэффициент готовности и неготовности; T_O – средняя наработка на отказ; T_B – среднее время восстановления элемента системы.

Вероятность безотказной работы связана с коэффициентом готовности:

$$p(t) = K_G + K_H e^{-\frac{t}{K_G T_B}}, \quad q(t) = 1 - p(t), \quad (7)$$

где $p(t)$ и $q(t)$ – соответственно, вероятности готовности и неготовности элемента.

Выражение (7) показывает, что по истечении определенного времени t (время переходного процесса) вероятности становятся равными коэффициентам, то есть

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = K_G, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = K_H. \quad (8)$$

Время переходного процесса невелико по отношению к времени эксплуатации элемента. В большинстве расчетов значения уровня надежности временем переходного процесса пренебрегают, поскольку большинство технических систем состоят из высоконадежных элементов. Процесс смены работоспособного на неработоспособное состояние (с последующим восстановлением элемента) является потоковым. В системе поток отказов равен сумме потоков отказов отдельных элементов. Поскольку каждый в отдельности отказ оказывает на суммарный поток достаточно равномерное и небольшое влияние, то суммарный поток считается простейшим. Это утверждение справедливо не только для системы, но и отдельного элемента, если он рассматривается как подсистема.

Простейший поток отказов для сложных высоконадежных элементов обладает определенными свойствами и называется стационарным пуассоновским потоком. Для него характерно редкое появление отказов. Их число в период нормальной эксплуатации приближается к постоянной величине. Степень влияния отказов на надежность всей системы примерно одинакова.

Для стационарного потока интенсивность отказов является постоянной величиной $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$. Согласно математическим выкладкам в теории надежности, средняя наработка на отказ элемента равна:

$$T_O = 1/\lambda \quad \text{или} \quad T_O = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L t_{Oi}, \quad (9)$$

где L – число исправных состояний элемента за период наблюдения; t_{Oi} – время пребывания элемента в i -м рабочем состоянии.

Среднее время восстановления работоспособного состояния элемента:

$$T_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{Bi}, \quad (10)$$

где n – число восстановлений за период наблюдения; t_{Bi} – время восстановления при i -ом отказе.

Моменты восстановления элемента образуют поток, аналогичный потоку отказов, который получил название «поток восстановлений». Его параметром является интенсивность восстановления μ . Поскольку за отказом элемента следует его восстановление, то поток восстановлений можно считать стационарным, $\mu(t) = \mu = \text{const}$. Тогда среднее время восстановления элемента, $T_B = 1/\mu$.

Рассматривая вышеизложенные потоки как стационарные, а показатели T_O и T_B (согласно (9) и (10)) как среднегодовые (измеряемые, например, в часах), то разделив их значения на 8760 часов, получим доли времени прибытия элемента в работоспособном и неработоспособной состоянии. Тогда можно считать, $T_O + T_B = 1$.

Данное условие подтверждается через показатели λ и μ :

$$K_T + K_H = \frac{T_O}{T_O + T_B} + \frac{T_B}{T_O + T_B} = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} = 1,0$$

В соответствии с (6) и (8) имеем: $K_T = T_O = p$; $K_H = T_B = q$.

Таким образом, при определении количества информации структурных изменений технических систем, относящихся к стационарным пуассоновским процессам отказа и восстановления элементов, возможно применение средних величин наработки и восстановления.

Применение T_O и T_B взамен p и q (в ряде случаев расчетов) может быть удобным, поскольку в системах контроля и учета поведения технических систем оперируют промежутками времени, а не вероятностями.

Чтобы определить количество информации, поступающей от данного элемента (источника информации), достаточно в (4) выполнить замену показателей. Если стоит вопрос о поведении всей системы, то можно использовать (1) при условии, что отказы элементов независимы. Учет зависимости функционирования элементов в выражении Шеннона связан с использованием комбинаций наложения интервалов времени. Если расчеты выполняются эксплуатируемых систем, достаточно лишь фиксировать время пребывания элемента в каждом из возможных состояний. Для проектируемых систем процесс определения величины информации усложняется, так как следует учитывать возможные направления движения энергоресурсов в структуре сети.

Определение показателей для зависимых элементов. Предложим к рассмотрению выражения для определения времени наработки на отказ и времени восстановления системы, состоящей из последовательно соединенных элементов. Системы из параллельно соединенных элементов не рассматриваются, так как принято считать, что отказ одного элемента не зависит от отказа другого.

Пусть имеется система, состоящая из n последовательно соединенных элементов. По такой сети движение энергии осуществляется по одному пути, то есть в одном направлении. Каждому элементу i структуры сети приписываются средние значения наработки на отказ T_{O_i} и время восстановления T_{B_i} . Имея данные показатели, необходимо определить коэффициенты готовности и неготовности для каждого элемента i и сети в целом.

Проиллюстрируем зависимость отказов одних элементов от других. При этом учтем движение энергетического потока снизу вверх (рис. 1).

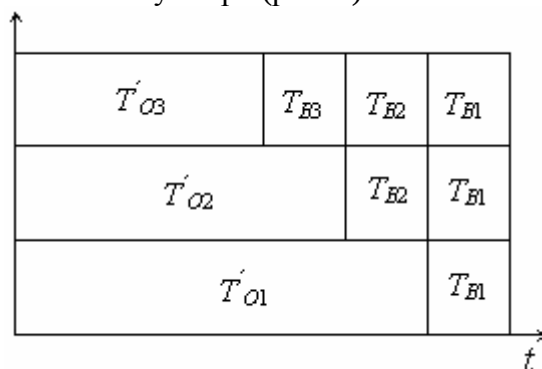


Рис. 1. Распределение времени восстановления и наработки на отказ структуры из трех последовательно соединенных элементов

По рис. 1 видно, что в данном случае не учитываются вероятные наложения событий. Тогда в упрощенной постановки задачи, коэффициенты для элемента i можно определить по выражениям: коэффициент готовности последнего в цепи (по ходу потока) элемента

$$K_{Гn} = \frac{T_{Оn} - \sum_{i=1}^{n-1} T_{Bi}}{T_{Оn} + T_{Bn}} = \frac{T'_{Оn}}{T_{Оn} + T_{Bn}} ; \quad (11)$$

– коэффициент неготовности последнего в цепи элемента:

$$K_{Hn} = 1 - K_{Гn} = \frac{\sum_{i=1}^n T_{Bi}}{T_{Оn} + T_{Bn}} = \frac{T'_{Bn}}{T_{Оn} + T_{Bn}} . \quad (12)$$

Для любого i -го элемента в цепи из последовательно соединенных элементов:

$$K_{Гi} = \frac{T_{Оi} - \sum_{j=1}^{i-1} T_{Bj}}{T_{Оi} + T_{Bi}} ; \quad K_{Hi} = \frac{\sum_{j=1}^i T_{Bj}}{T_{Оi} + T_{Bi}} , \quad (13)$$

где t – номер, «пробегающий» от 1 до n .

Выше было принято условие $T_{Оi} + T_{Bi} = 1$, тогда последнее выражение упрощается.

Согласно теореме умножения вероятностей:

$$K_{Г} = \prod_{i=1}^n K_{Гi} , \quad K_{H} = 1 - \prod_{i=1}^n K_{Гi} . \quad (14)$$

Пример. Для цепи из трех последовательно соединенных элементов известны средние величины времени наработки: $T_{О1}=0,9$; $T_{О2}=0,8$; $T_{О3}=0,7$ и времени восстановления: $T_{B1}=0,1$; $T_{B2}=0,2$; $T_{B3}=0,3$. Согласно (13) и (14) получим:

– коэффициенты готовности:

$$K_{Г1} = \frac{T_{О1}}{T_{О1} + T_{B1}} = \frac{0,9}{0,9 + 0,1} = 0,9 ; \quad K_{Г2} = \frac{T_{О2} - T_{B1}}{T_{О2} + T_{B2}} = \frac{0,8 - 0,1}{0,8 + 0,2} = 0,7 ;$$

$$K_{Г3} = \frac{T_{О3} - T_{B1} - T_{B2}}{T_{О3} + T_{B3}} = \frac{0,7 - 0,1 - 0,2}{0,7 + 0,3} = 0,4 ;$$

– коэффициенты неготовности:

$$K_{H1} = \frac{T_{B1}}{T_{О1} + T_{B1}} = \frac{0,1}{0,9 + 0,1} = 0,1 ; \quad K_{H2} = \frac{T_{B1} + T_{B2}}{T_{О2} + T_{B2}} = \frac{0,1 + 0,2}{0,8 + 0,2} = 0,3 ;$$

$$K_{H3} = \frac{T_{B1} + T_{B2} + T_{B3}}{T_{О3} + T_{B3}} = \frac{0,1 + 0,2 + 0,3}{0,7 + 0,3} = 0,6$$

Коэффициенты цепи: $K_{Г} = K_{Г1} \cdot K_{Г2} \cdot K_{Г3} = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,252$; $K_{H} = 1 - K_{Г} = 1 - 0,252 = 0,748$.

Количество информации по (4):

$$I = - \sum_{i=1}^3 (K_{Гi} \log_2 K_{Гi} + K_{Hi} \log_2 K_{Hi}) =$$

$$= -(0,9 \log_2 0,9 + 0,1 \log_2 0,1 + 0,7 \log_2 0,7 + 0,3 \log_2 0,3 + 0,4 \log_2 0,4 + 0,6 \log_2 0,6) = 2,32 .$$

Вывод

Теоретическое обоснование использования времени наработки на отказ и среднего времени восстановления в формуле Шеннона свидетельствует о возможности ее применения для определения величины информации в задачах оценки структурной надежности технических систем.

Список литературы

1. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике ; Пер. с англ. / Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. – М. : Изд-во иностранной литературы, – 1963. – 825 с.
2. Хармут, Х. Применение методов теории информации в физике / Пер. с англ. – М. : Мир, 1989. – 344 с.

Determination of Information Value about Structural Content of Technical System with Series-Connected Interdependent Elements

A.S. Dulesov, E.A. Uskova

Khakas State University named after N.F. Katanov, Abakan

Key words and phrases: information, probability of safe operation or failure; readiness coefficient; recovery time; failure frequency.

Abstract: The paper studies the possibilities of Shannon's equation application for estimation of the condition of the technical system structure. It presents the theoretical grounding for the application of average values of recovery period and error-free running time of the element in this formula.

© А.С. Дулесов, Е.А. Ускова, 200