

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЕТРЕННОГО СКЛОНА ПЕСЧАНОЙ СТРУКТУРЫ ИЛИ ВЕТРОВОЙ ЭРОЗИИ**Е.А. Малиновская***ГОУ ВПО «Ставропольский государственный университет», г. Ставрополь*

Ключевые слова и фразы: волновое уравнение; воздействие ветра; наветренный склон; фрактал; частицы грунта.

Аннотация: Воздействие ветра на несвязанные частицы, лежащие на границе с атмосферой и составляющие грунт, приводит к выдуванию частиц. При учете перекачивания частиц по поверхности построена модель формирования наветренного склона песчаной структуры. Эволюция структуры наветренного склона носит фрактальный характер, а протяженность слоев, расположенных на разных уровнях, изменяется по волновому закону.

Вопросы исследования и моделирования ветровой эрозии заслуживают пристального внимания, так как являются одним из основных источников пылеватых частиц в атмосфере [1, 2, 3, 4]. При этом содержание примеси в атмосфере в некоторой степени определяет климат на Земле.

Как известно, в результате ветрового воздействия мелкие песчаные частицы поднимаются в верхние слои атмосферы и длительное время там перемещаются. При значительном увеличении скорости ветра (более 6–7 м/с) отрываются частицы всех характерных для пустынь размеров [1]. Однако движение крупных частиц по вертикали ограничено некоторой критической высотой, так как под действием силы тяжести они осаждаются на поверхность быстрее мелких. Далее вновь поднимаются ветром в атмосферу. За этот интервал времени, когда частицы среднего размера находятся вне поверхности, ветер поднимает один за другим слои частиц, образующих грунт. Далее происходит осаждение первоначально поднятых частиц среднего размера. В процессе участвует только часть частиц, находящихся в слое некоторой толщины. В нем постепенно уменьшается число мелких частиц, вылетающих на большую высоту, а процесс дробления при появлении новых мелких частиц достаточно медленный.

Так механизм пыления создает условия для порционного «питания» атмосферы мелкими частицами [7]. Именно поэтому исследование и моделирование механизмов выдувания ветром слоев грунта является ключевым вопросом ветровой эрозии.

Для исследования процесса выдувания слоев грунта построим простую модель для выявления механизмов формирования наветренного склона песчаной структуры. При этом считаем, что скорость ветра такова, что все перекачиваемые без отрыва от поверхности частицы скатываются в плотно уложенные слои около некоторой стенки. При этом считаем, что формирование склона определяется отрывом некоторой доли частиц от общего числа.

Полагая, что частицы захватываются случайным образом равномерно по всей протяженности площадки, сколько бы ни был мал верхний слой, процент захватываемых частиц будет одинаковым. Пусть для определенности он равен 50%, тогда коэффициент $k=1/2$, характеризующий уменьшение протяженности взаимодействующего с атмосферой слоя во времени. Оставшиеся на поверхности частицы перекачиваются в плотно уложенные слои и задерживаются за счет появляющегося препятствия на их пути в виде стенки [6]. Покажем, что процессы перекачивания частиц определяют фрактальность изменения линии поверхности.

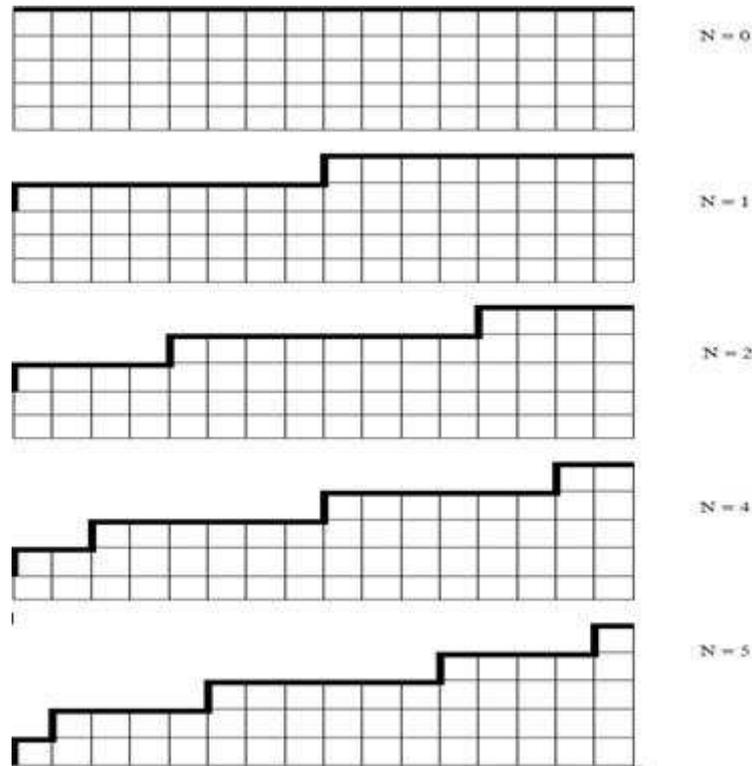


Рис. 1. Схема построения фрактала линии поверхности при выдувании частиц, M – длина выделенной на рисунке ломанной

Схема построения фрактала показана на рисунке 1. На нулевом шаге $N = 0$ построим элемент, называемый инициатором [5]. В нашем случае инициатором является горизонтальная линия поверхности до момента воздействия ветра на ее частицы, это отрезок длиной $M=1$. Далее на первом шаге $N = 1$ отрезок разобьем на две части. Эти две части находятся на разных уровнях, так как первый слой частиц наполовину поднят с поверхности, а остальные частицы образовали плотно уложенный наполовину заполненный слой. За счет этого в средней части между этими отрезками появляется дополнительный малый отрезок, соединяющий эти два уровня. Полученную фигуру называют генератором [5], длина которого в нашем случае $M = (1 + \Delta h)$, где $\Delta h = 2r$. Далее каждый из отрезков генератора за исключением отрезка, соединяющего два уровня, подвергается подобному преобразованию, затем выполняется третий шаг построения и т.д. до бесконечности.

Далее определяется Хаусдорфова размерность D для величины отрезка M , характеризующего изменение линии поверхности. Как известно, D определяется соотношением между линейными размерами элементов покрытия и числом этих элементов [5]. В нашем случае более точно посчитать размерность можно, взяв размер элемента покрытия, равным $\Delta h = 2r$. При этом считаем, что число

шагов преобразований определяется как $n = \frac{M}{\Delta h}$. Число элементов покрытия для линии на начальном шаге равно $\frac{M}{\Delta h}$. Тогда размерность определяем по формуле:

$$D = - \frac{\log\left(\frac{M}{\Delta h} + n\right)}{\log \Delta h} \quad (1)$$

Откуда, подставляя числовые значения, получаем, что $D=1.18$. Таким образом, эволюция структуры поверхности имеет фрактальный характер с Хаусдорфовой размерностью $D=1.18$ [5].

Эволюционное уравнение, которое характеризует изменение начальной координаты верхнего взаимодействующего с атмосферой слоя, имеет вид:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \varepsilon_1 a_0 k^t, \quad (2)$$

где $\varepsilon_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. Полученное уравнение представляет собой граничное условие для изменения структуры поверхности, учитывающей ниже лежащие слои.

Полагая, что ветер одинаково влияет на все открытые слои различных уровней, уравнение динамики изменения протяженности слоев выдуваемой песчаной почвы на основе дискретной записи, представленной выше, можно записать следующим образом (рис. 2):

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -v_2 k \frac{\partial a}{\partial z} \quad (3)$$

где $v_2 = 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$.

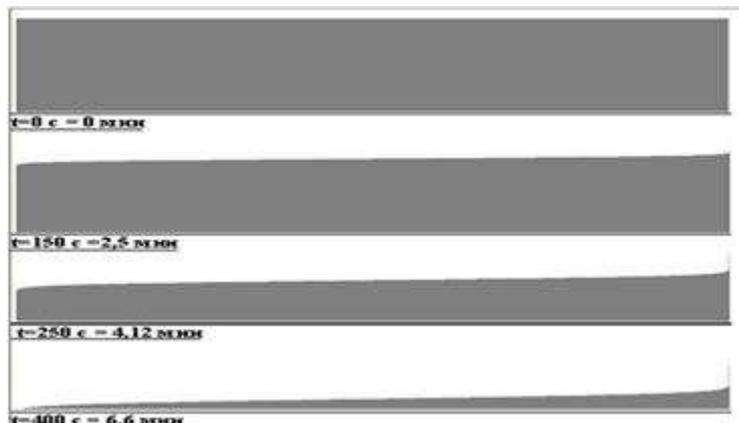


Рис. 2. Вычислительный эксперимент: выдувание слоя песка толщиной 8 см при скорости ветра 8 м/с, когда энергия частиц не зависит от высоты

Таким образом, автором получено волновое уравнение (3), описывающее изменение протяженности слоев при выдувании. Оно является линейным при условии независимости энергии частиц от относительной высоты и характеризует систему как диссипативную. Решение этого уравнения можно получить аналитически.

Протяженность слоев на разных уровнях изменяется по волновому закону. То есть если первоначально верхний слой имеет максимально возможную протяженность, то далее первоначальная протяженность нижних открывающихся ветру слоев уменьшается, если с течением времени протяженность верхнего слоя только уменьшается, то у нижних увеличивается, а потом уменьшается. Этот процесс оказывается подобным некоей волне изменения протяженности слоев разного уровня. В данной задаче протяженность каждого слоя определяется протяженностями ниже и выше лежащих

$$a(z) = a_0 - \sum_m a(z + m \Delta z), m = -l, \dots, -1, 1, \dots, l$$

слоев, то есть $a(z) = a_0 - \sum_m a(z + m \Delta z)$, где l – целое число. В случае, когда число выдуваемых частиц слоя зависит от относительной высоты уровня (когда мы учитываем профиль скорости ветра: линейный или логарифмический), получаем уменьшение скорости формирования наветренного склона, так как интенсивность выдувания частиц из данного слоя зависит от протяженности других слоев. А когда нижние слои выдуваются медленнее верхних, то общая протяженность рассматриваемого слоя увеличивается, замедляя темп формирования наветренного склона и процесса открытия ветру нижележащих слоев.

При $k = \text{const}$ угол наклона составляет 3–5 градусов, то при зависимости k от z он приближается к наблюдаемому в пустынях – 10 градусов [1]. Процесс выдувания частиц в этом случае протекает значительно медленнее.

Предложенная автором двумерная модель формирования наветренного склона при выдувании описывает случай, когда песчаная поверхность замкнута некоторой ограничивающей стенкой. При этом частицы, остающиеся на поверхности, скатываются к этой стенке. В природе такие четкие ограничения появляются при наличии на поверхности камней или образований скальных пород. Данная модель использована при построении модели формирования песчаных структур [6].

Список литературы

1. Бютнер, Э.К. Динамика приповерхностного слоя воздуха / Э.К. Бютнер. – Л. : Гидрометиздат, 1978. – 156 с.
2. Волгин, В.М. Изучение характеристик палеоклимата с использованием физических методов / В.М. Волгин, Л.С. Ивлев, В.И. Кудряшов // Материалы 3-й международной конференции «Естественные и антропогенные аэрозоли». – Москва, 2001. С. 4–7.
3. Глазунов, Г.П. Механизмы ветровой эрозии почв / Г.П. Глазунов, В.М. Гендугов // Почвоведение, 2001. – №6. – 35 с.

4. Кравцов, Ю.А. Земля как самоорганизующаяся климато-экологическая система / Ю.А. Кравцов // Соросовский Образовательный Журнал, 1995. – №1.
5. Крылов, С.С. Фракталы в геофизике: учебное пособие / С.С. Крылов, Н.Ю. Бобров. – СПб. : Издательство С.-Петербургского университета, 2004. – 138 с.
6. Малиновская, Е.А. Автореферат диссертации «Аналитическое и численное моделирование динамических процессов на границе атмосфера – поверхность песчаной почвы» / Е.А. Малиновская. – Ставрополь, 2008. – 24 с.
7. Малиновская, Е.А. Поиск условий аутостабилизации природных систем при исследовании взаимодействия атмосферы и граничного слоя почвы / Е.А. Малиновская // Труды третьей международной научно-практической конференции «Проблемы экологической безопасности и сохранения природно-ресурсного потенциала». – Ставрополь, 2007. – С. 65–72.

Mathematical Model of Forming Back Slope of Sand Structure or Deflation

Е.А. Malinovskaya

Stavropol State University, Stavropol

Key words and phrases: wave equation; wind effect; back slope; fractal; soil grain.

Abstract: The influence of wind on unbound particles lying on the border of the atmosphere and forming the soil leads to particles blowing-out. Taking into account the movement of particles on the surface, the model of forming the back slope with sand structure is designed. The evolution of the structure has fractal character and the length of the layers lying on different levels is changing in accordance with wave law.

© Е.А. Малиновская, 2009