

## ЧАСТНАЯ МЕТОДИКА ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА КАРТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТВЕРДОСТИ ПОЧВЫ НА ПОЛЕ

**М.А. Канаев**

*ФГОУ ВПО «Самарская государственная сельскохозяйственная академия», г. Самара*

**Ключевые слова и фразы:** карты; масштаб; твердость; удобрения; фрактальный анализ.

**Аннотация:** В статье рассматривается методика и теоретическое обоснование фрактального анализа карт распределения твердости почвы на поле.

Одна из задач, которая стояла в нашей работе – исследование структуры почвы. В результате измерений нами были получены данные, которые позволили судить о некоторых физико-механических свойствах почвы, в частности о твердости. На основе этих данных нами были построены карты линий равного уровня твердости, которые в дальнейшем с учетом соответствующих корреляционных зависимостей использовались для дифференцированного внесения удобрений для корректировки урожайности пшеницы. Полученная карта имеет сложное геометрическое построение. На практике невозможно было использовать эту карту ввиду большой пестроты неоднородности почвы. Для эффективного использования этой карты необходимо было исследовать геометрические свойства этих линий. Для этих целей был использован метод фрактального анализа, который был развит Б. Мандельбротом в конце XX в. Этот метод позволяет исследовать элементы объектов с хаотическим распределением подэлементов. В частности, этот метод позволяет выявить элементы, обладающие самоподобием, которые сохраняют инвариантность в различных масштабах.

Фрактальная размерность, используемая Мандельбротом, фактически есть пространственная размерность Хаусдорфа-Безиковича. Различают два типа фракталов: монофракталы и мультифракталы. Монофракталы это простейший тип объектов с дробной размерностью. Геометрия этих объектов характеризуется одной величиной – фрактальной размерностью  $D$ . Исследование этих объектов показало, что они имеют самоподобную структуру, т.е. их структура инвариантна по отношению к изменению масштабов. Для приложения именно эти объекты представляют наибольший интерес.

Фракталом называется множество, размерность (Хаусдорфа – Безиковича) которого строго больше его топологической размерности. Также фракталом называются структуры, которые, в каком-то смысле, подобны целому. Размерность Хаусдорфа – Безиковича является интегральной геометрической характеристикой объекта или процесса и вычисляется по формуле:

$$D = -\lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln(l)}$$

В Евклидовом пространстве расстояние между двумя точками можно записать в виде  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ . Характеристикой данного пространства являются размерности  $d=1$  для линии,  $d=2$  для плоскости и  $d=3$  для объемных фигур. Что касается пространств Хаусдорфа-Безиковича, то их размерность может принимать дробные значения, лежащие в интервале от 0 до 1, от 1 до 2 и от 2 до 3.

В природе приходится часто встречаться с объектами с хаотической структурой. Эти объекты не описываются непрерывными и дифференцируемыми функциями, а поэтому традиционные методы дифференциальной геометрии к ним не применимы. Математический аппарат фрактальной геометрии не достаточно хорошо развит, поэтому для описания таких объектов приходится использовать феноменологические методы. К числу таких методов относится компьютерный анализ изображений таких объектов. Эта методика достаточно эффективно использовалась и используется при решении многих задач в физике, химии и биологии. Один из таких подходов был использован нами при анализе карт твердостной структуры почвы.

Суть данного метода состоит в следующем, изображение кластера оцифровывается, и переводится в формат bitmap, определяется центр масс кластера, и эта точка берется за начало отсчета, затем кластер разбивается на квадраты разных размеров с точкой пересечения диагоналей в центре масс. Методом

компьютерного анализа определяется число элементарных объектов внутри каждого квадрата и затем анализируется зависимость числа микрообъектов в зависимости от размеров квадрата. Если объект является монофракталом, то число микрообъектов внутри заданного квадрата должно зависеть от линейных размеров квадрата согласно следующей формуле:

$$N = b \cdot a^D, \quad (1)$$

где:  $N$  – число микрообъектов внутри квадрата;  $a$  – линейные размеры квадрата;  $D$  – фрактальная размерность;  $b$  – коэффициент пропорциональности, в общем случае он зависит от выбора фигуры.

Если объект является монофракталом, то  $D = const$ . Удобно от формулы 1 перейти к соотношению, которое, получается, посредством ее логарифмирования:

$$\ln N = \ln b + D \ln a \quad (2)$$

Из формулы 2 видно, что если объект является монофракталом, то  $\ln N$  является линейной функцией  $\ln a$ . По этому, это соотношение берется в основу анализа структуры кластера. При этом анализе полезно построить график зависимости числа микрообъектов внутри квадрата от его линейных размеров в дважды логарифмической шкале, т.е. на плоскости  $(\ln a, \ln N)$ . Для построения графиков можно использовать метод наименьших квадратов. Если объект является монофракталом, то рассматриваемый график представляется прямой линией, а тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс определяет фрактальную размерность  $D$  кластера.

В рассматриваемой задаче цель состояла в том, чтобы упростить процесс дифференцированного внесения удобрений, сохранив в целом эффективность данной процедуры. Вопрос состоял в следующем – можно ли увеличить масштаб в рассматриваемой карте. В работе была использована следующая методика фрактального анализа. Обработка полученных экспериментальных данных сводилась к следующему: полученные данные о твердости почвы в цифровом формате при помощи прикладных программ преобразовывались в матрицу, матрица исследовалась, и получали карту линий равного уровня твердости. Следует отметить, что полученное изображение для упрощения расчетов преобразовывалось в черно – белое. Следующим этапом наших исследований было исследование геометрической структуры линий равного уровня. Карты линий равного уровня твердости создавались при помощи ПК в формате bmp. Для упрощения обработки карты необходимо сделать их черно-белыми, без цифровых меток. После получения карты, согласно методике анализа кластеров необходимо было разбить карту на изображения с различным масштабом. Ввиду того, что в компьютерной графике измерение размеров изображений производят в пикселях, деление производилось от центра изображения на квадраты со сторонами 100, 200, 300 и т.д. пикселей. Разбитые изображения помещались в отдельные файлы для дальнейшего анализа. Ввиду новизны данного анализа и неимением специализированного программного обеспечения мы написали программу для подсчета точек определенного цвета в файле. В конкретной задаче нас интересовало количество черных точек, изображенных на рис. 1.



Рис. 1. Изображение карты линий равного уровня твердости

### Распределение пикселей внутри квадратов

Номер квадрата, $n$	Линейные размеры квадрата, $a$	Количество пикселей внутри квадрата $a, N$	$\ln a$	$\ln N$
1	66	633	4,189655	6,45047
2	130	2076	4,867534	7,638198
3	200	5250	5,298317	8,565983
4	264	8822	5,575949	9,085004
5	330	14083	5,799093	9,552724
6	400	20808	5,991465	9,943093

Подсчитав точки, образующие данное изображение, и, зная длину стороны квадрата, составили табл. 1:

Используя результаты измерений, представленные в табл. 1, построим график полученных данных (рис. 2).

График построен использованием метода наименьших квадратов. Как видно из графика зависимость  $\ln N$  от  $a$ , с достаточно высокой точностью аппроксимируется прямой линией. Этот факт является свидетельством того, что линии равного уровня твердости образуют монофрактал. В работе была также определена размерность моно-фрактала по формуле по формуле (2). Были определены размерности для всех  $n$ , затем, используя эти результаты, статистическими методами было найдено среднее значение  $D$  и вычислено среднее статистическое отклонение  $\sigma$ . Результаты статистической обработки привели к следующему результату:

$$D = 0,94 \pm 0,2$$

Таким образом, фрактальный анализ показывает, что распределение твердостей является, с высокой степенью точности, монофракталом. С точки зрения фрактальной геометрии это означает, что исследуемый объект с высокой степенью точности имеет самоподобную структуру, т.е. функция распределения твердости на поле не зависит существенно от размеров участков.

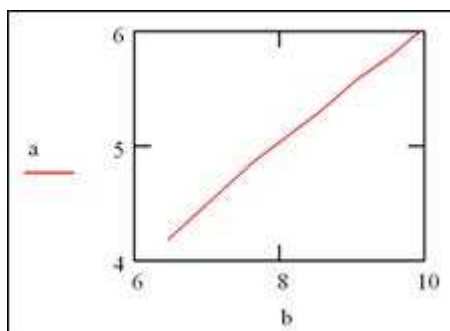


Рис. 2 График зависимости количества пикселей от линейных размеров квадрата, построенный в дважды логарифмической шкале

Этот анализ дает основание упростить структуру карты, увеличить ее масштаб, пренебрегая мелкими деталями, а, следовательно, для дифференцированного внесения удобрений, возможно, использовать карту с увеличенным масштабом, что существенно упрощает технологию внесения удобрений без потери ее эффективности.

#### Список литературы

1. Божокин, С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божокин, Д.А. Паршин. – Ижевск : РХД, 2001. – 128 с.
2. Кузнецов, С.П. Динамический хаос (курс лекций) / С.П. Кузнецов. – М. : Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 296 с.
3. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

4. Морозов, А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов. – М. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 162 с.
5. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. – М. : Мир, 1991. – 260 с.

### **Individual Technique of Fractal Analysis of Soil Stability Maps**

**М.А. Канаев**

*Samara State Agricultural Academy, Samara*

**Key words and phrases:** maps; scale; stability; fertilizers; fractal analysis.

**Abstract:** The paper studies the technique and theory of fractal analysis of soil stability maps.

© М.А. Канаев, 2009