

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЕЙ ЦЕННЫХ БУМАГ НА НЕОДНОРОДНЫХ РЫНКАХ

Э.Р. Вартанова, В.И. Тинякова

*ГОУ ВПО «Воронежский государственный университет»,
г. Воронеж*

Рецензент Б.И. Герасимов

Ключевые слова и фразы: инвестиции на финансовых рынках; инвестиционный горизонт; управление финансовыми инвестициями; прогнозная модель.

Аннотация: Предлагается подход к решению задач портфельного инвестирования в условиях гипотезы фрактального рынка. Основу подхода составляет адаптивно-рациональная модель специального вида, обеспечивающая получение прогнозных оценок стоимости акций, которые используются при формировании портфелей ценных бумаг для инвесторов с различным инвестиционным горизонтом.

В современной экономике важную роль играют инвестиции на финансовых рынках. Управление финансовыми инвестициями становится одной из главных задач финансовых институтов, многих крупных компаний, а также частных инвесторов. Сегодня знания об инвестициях такого рода достигли уровня, позволяющего систематизировать и анализировать их с помощью методов, в основе которых лежит достаточно сложный современный математический аппарат. Однако это вовсе не означает, что сам аппарат не нуждается в развитии.

Дело в том, что управление финансовыми инвестициями, в частности, требует умения правильно прогнозировать рыночные цены различных финансовых инструментов и грамотно выстраивать на этой основе эффективную стратегию портфельного инвестирования. Заметим, что разработка математического аппарата, обеспечивающего решение указанных задач управления инвестициями, осуществлялась главным образом в рамках гипотезы эффективного рынка [1].

Теория эффективного рынка, постулируя ситуацию идентичного поведения инвесторов, в то же время предусматривает существование портфелей, ориентированных на различные ожидания инвесторов. Как правило, эти портфели отличаются доходностью и риском. Инвестору предоставляется право выбора любой из этих характеристик. Оптимальность портфеля гарантирует при задании одной из этих характеристик оптимальный уровень второй. Другими словами, эффективный рынок предусматривает многообразие эффективных портфелей. Однако однородность рынка позволяет связать все это многообразие в единое целое понятием «фронт эффективных портфелей». Благодаря этому понятию обе характеристики – доходность и риск – оказываются жестко связанными величинами. Поэтому, несмотря на различное отношение к риску, инвесторам предлагается по сути одна и та же стратегия управления инвестиционным процессом. Естественно, попытка перенесения результатов теории портфельного инвестирования на неоднородный (фрактальный) рынок [1] требует серьезных усилий по ее адаптации к неоднородным условиям.

В соответствии с предположениями, лежащими в основе гипотезы фрактального рынка, основной причиной неоднородности являются инвесторы с различным горизонтом инвестирования [2]. Появляется новый параметр, которого нет в классической теории портфельного инвестирования, – горизонт инвестирования. Доходность, действительно, зависит от горизонта инвестирования. Это не только умозрительный вывод, но и факт, подтверждаемый статистикой рынка. Доходность инвестора, ориентированного на краткосрочный горизонт инвестирования, испытывает колебания, амплитуда которых гораздо выше, чем амплитуда в колебаниях доходности инвесторов с долгосрочным и среднесрочным горизонтами инвестирования. Следовательно, с изменением горизонта инвестирования соответственно изменяется и уровень доходности, и уровень риска. Поэтому портфели, формируемые на фрактальном рынке, как минимум должны учитывать это обстоятельство.

Обсуждение специфики неоднородности фрактального рынка приводит к идее разделения всех инвесторов на однородные группы в зависимости от горизонта инвестирования. В результате такого деления можно прийти к ситуации, когда фрактальный рынок представим в виде отдельных однородных сегментов, каждый из которых как бы действует в рамках гипотезы эффективного рынка. Из этого непосредственно следует, что в каждом сегменте можно построить оптимальный портфель, соблюдая рекомендации теории портфельного инвестирования. К сожалению, реализация такой идеи чрезмерно упростит понимание механизмов фрактального рынка.

Кроме того, использование тех результатов теории портфельного инвестирования, которые так и не стали инструментом практического финансового менеджмента, в условиях фрактального рынка вряд ли увенчается успехом. А вынужденное при таком подходе абстрагирование от взаимодействия выделенных сегментов приведет к получению искаженных результатов моделирования инвестиционных процессов.

Итогом проведенных рассуждений является вывод, в соответствии с которым в портфелях, формируемых в условиях фрактального рынка, должно быть отражено различие в инвестиционных горизонтах и учтено взаимодействие, порождаемое рынком как единой системой. Весь вопрос в том, применение какого аппарата обеспечит адекватность моделирования процессов фрактального рынка. Тот аппарат, с помощью которого исследуется динамика фрактального рынка, вряд ли пригоден для решения данной проблемы. В рамках теории хаоса, претендующей на новую концепцию, объясняющую природу рыночной нестабильности, пока такой аппарат не создан.

Достичь желаемого результата в распространении идей портфельного инвестирования на фрактальный рынок, по нашему убеждению, можно путем использования предлагаемого нами подхода, в основе которого лежит модифицированный вариант так называемой одноиндексной модели У. Шарпа [3].

Очевидно, что при формировании портфеля из активов определенного рынка имеет смысл минимизировать риск, связанный с колебаниями ценных бумаг. Известно также утверждение, в соответствии с которым, при формировании портфеля диверсифицируется только особый риск. Смысл нашей идеи в том, чтобы, исключенный У. Шарпом из одноиндексной модели блок взаимосвязей между остаточными доходностями, использовать как основное условие в модели формирования оптимальной структуры портфеля ценных бумаг.

Реализация сформулированной идеи позволяет отказаться от общепринятой при построении оптимальных портфелей ориентации на средние величины и, используя аппарат регрессионного анализа, все расчеты необходимо осуществлять с учетом условно средних величин доходности. В рамках данного подхода открывается возможность построения портфелей, оптимальные свойства которых адаптированы к перспективному периоду. Успех такого моделирования зависит от адекватности используемых моделей тем процессам, которые описывают эволюцию цен на финансовые активы. Для повышения адекватности в предлагаемом подходе будет использован специальный вариант адаптивно-рациональной модели [4].

Логика построения подобной модели должна предусматривать получение прогнозных оценок специального вида. В принципе, одноиндексная модель предоставляет такую возможность, но при условии, что ее система уравнений дополнена еще одним уравнением для расчета упреждающих оценок активности самого рынка. Формально записать дополнительное уравнение не составляет никаких трудностей, но получить из этого уравнения модель, пригодную для практического использования, совсем не просто.

Ниже рассматривается прогнозная модель, с помощью которой удастся получать упреждающие оценки активности рынка. В этой модели существенную роль играет рациональная составляющая [4, 5]. Причем ее комбинирование с экстраполяционной составляющей решается специальным образом с использованием внутренней логики построения модели. Следуя этой логике, рациональная составляющая уточняет прогнозную оценку активности рынка, которая затем используется в адаптивных моделях доходности активов, включаемых в состав инвестиционного портфеля.

Прежде чем перейти к описанию модели, хотелось бы сделать замечание, суть которого в том, что любые попытки, связанные с предсказанием случайных величин, даже адаптивных моделей [6], – полная утопия. Поэтому мы будем ориентироваться на текущие средние значения, отказавшись от любых предположений относительно свойств, которыми должны обладать исходные временные ряды доходностей. Сам временной ряд из текущих средних значений

необходимыми свойствами стационарности, как правило, обладает, и поэтому выполнены все необходимые условия, которые обеспечивают корректность его прогнозирования.

Кроме того, формирование портфеля предполагает, что известны ожидаемые доходности финансовых активов, за которые обычно принимаются средние значения. Эти средние значения играют существенную роль при определении структуры портфеля. Поэтому, если предполагается, что инвестиционный портфель формируется с использованием прогнозных данных, то целесообразно прогнозировать не доходности, а средние величины доходностей.

Следует обратить внимание еще на одно обстоятельство. Информации, которая содержится в динамике рынка, для этих целей явно недостаточно. Значит, модель должна отражать как тенденции внутренней динамики рынка, так и воздействие внешних факторов. Уловить воздействие этих факторов на прогнозную оценку удастся с помощью рациональной составляющей, содержательный смысл и процедура построения которой излагаются ниже.

В общем виде модель, в которой находят отражение изложенные выше идеи, записывается следующим образом:

$$\bar{r}_t = \alpha + \beta \bar{r}_{t-1} + \gamma v_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где \bar{r}_t – текущее значение среднего уровня доходности индекса; α, β, γ – оцениваемые параметры модели; v_t – вспомогательная переменная, выполняющая роль индикатора. При высокой доходности на рынке $v_t = 1$, при низкой – $v_t = -1$; ε_t – ненаблюдаемая случайная переменная, характеризующая ту часть вариации моделируемой переменной, которая не объясняется переменными, включенными в модель.

Модель (1) хотя и имеет вид обычной регрессионной, однако ее построение осуществляется в несколько этапов. Необходимость поэтапного построения связана с тем, что отдельные элементы модели определяются в самом процессе ее идентификации. Прежде всего, определяются значения переменной v_t . Для этого строится усеченный вариант модели

$$\bar{r}_t^* = \alpha + \beta \bar{r}_{t-1}^*, \quad (2)$$

и условившись считать высоким уровнем доходности тот уровень, который превосходит условно среднюю величину доходности, определяемую по (2), сформируем переменную v_t следующим образом:

$$v_t = \begin{cases} 1, & \bar{r}_t - \bar{r}_t^* \geq 0, \\ -1, & \bar{r}_t - \bar{r}_t^* < 0. \end{cases} \quad (3)$$

В отличие от регрессионного анализа будем считать, что отклонение доходности от условно средней величины $\varepsilon_t = \bar{r}_t - \bar{r}_t^*$ представляет собой реакцию рынка на новости, которые имели место в момент времени t . Если согласиться с этой точкой зрения, то эти остатки можно использовать для построения специальной экспертно-аналитической шкалы, в которой оценивается степень влияния новостей на активность рынка. Процедура построения шкалы достаточно проста и сводится к следующему.

Сначала отклонения нормируются

$$\tilde{\varepsilon}_t = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}, \quad (4)$$

а затем полученная последовательность подвергается частичной рандомизации

$$z_t = (\tilde{\varepsilon}_t + \xi_t) \cdot 100, \quad (5)$$

где ξ_t – равномерно распределенная случайная величина с небольшим диапазоном возможных значений.

Частичная рандомизация, с одной стороны, необходима для того, чтобы избежать случаев неразрешимости системы, получаемой в результате дифференцирования функции максимального правдоподобия. А с другой, – она вносит в оценку рациональной составляющей элемент случайности, который хотя и в незначительной степени, но все же искажает эту составляющую. Поэтому при построении шкалы целесообразно использовать формат имитационного

моделирования [6]. Фактически будет построено некоторое множество моделей, результаты расчетов по которым усредняются и принимаются за окончательную оценку.

Связь экспертно-аналитических оценок, измеряемых в так построенных шкалах, с прогнозной моделью осуществляется через вероятностное распределение

$$P(v_n = 1 | z_n) = F(z_n), \quad (6)$$

где j – номер имитационного эксперимента.

Обычно в качестве $F(z_n)$ используется либо нормальная, либо логистическая функция распределения [4]. С ее помощью удается оценить степень воздействия позитивных новостей на уровень доходности рынка.

Выражение (6) можно интерпретировать как регрессионную модель с дискретной зависимой переменной. В нашем случае логистическая модель может быть записана следующим образом:

$$P_j(v_n = 1 | z_n) = \frac{e^{b_{0j} + b_{1j}z_n}}{1 + e^{b_{0j} + b_{1j}z_n}}. \quad (7)$$

Завершается построение прогнозной модели (1) оцениванием с помощью метода наименьших квадратов всех ее коэффициентов

$$\bar{r}_n = \alpha + \beta \bar{r}_{n-1} + \varphi v_n \quad (8)$$

и переходом к математическому ожиданию, предварительно усреднив результаты имитационных расчетов,

$$\bar{r}_n = \alpha + \beta \bar{r}_{n-1} + \varphi [1 \cdot F(z_n) + (-1) \cdot (1 - F(z_n))] = \alpha - \varphi + \beta \bar{r}_{n-1} + 2\varphi F(z_n). \quad (9)$$

Записанная в таком виде прогнозная модель показывает, что при отсутствии информационных сообщений ($z_n = 0$) рынок находится в нижнем состоянии средней доходности, то есть таком состоянии, которое обеспечивает в среднем минимально возможный доход индекса.

Последнее слагаемое в (9) является усредненной величиной риска, связанного с ошибками в определении ожидаемой активности рынка. Его природа в значительной степени субъективна с явными признаками рациональности, поскольку определяется на основе экспертно-аналитической оценки, концентрирующей в себе упреждающую информацию результатов фундаментального анализа вместе с интерпретацией этих результатов аналитиками. Шкала, в которой оценивается степень возможного воздействия упреждающей информации на рынок, нелинейная. Это затрудняет ее практическое использование без предварительного исследования чувствительности данной шкалы к экспертным оценкам. Смысл такого исследования заключается в установлении цены каждого деления построенной шкалы.

Ошибки, связанные с недооценкой или переоценкой ожидаемой активности рынка, искажают представление инвесторов о собственных инвестиционных возможностях. С помощью максимально возможной усредненной величины риска 2φ определяется диапазон инвестиционных возможностей, зависящий от уровня активности рынка.

Имея в своем распоряжении модель (1), можно приступить к формированию оптимального портфеля ценных бумаг в условиях неоднородного рынка. Причем надежность прогнозных расчетов в рассматриваемом случае можно повысить, если применить адаптивное моделирование. Не записывая в полном объеме адаптивную модель, приведем общий вид уравнений, которые получают как финальный результат моделирования.

Прогнозная модель доходности индекса

$$\bar{r}_{n+1} = \alpha - \varphi + \beta \bar{r}_n + 2\varphi F(z_{n+1}). \quad (10)$$

Прогнозная модель доходности акций для инвесторов с долгосрочным инвестиционным горизонтом

$$\dot{\bar{r}}_{n+1} = \dot{\alpha}_n + \dot{\beta}_n \bar{r}_n + \dot{\gamma}_n \bar{r}_{n+1}. \quad (11)$$

Прогнозная модель доходности акций для инвесторов со среднесрочным инвестиционным горизонтом

$$\ddot{\bar{r}}_{n+1} = \ddot{\alpha}_n + \ddot{\beta}_n \bar{r}_n + \ddot{\gamma}_n \bar{r}_{n+1}. \quad (12)$$

Прогнозная модель доходности акций для инвесторов с краткосрочным инвестиционным горизонтом

$$\bar{r}_{t+1} = \alpha_t + \beta_t \bar{r}_t + \gamma_t \epsilon_{t+1} \quad (13)$$

При записи прогнозных моделей были использованы следующие обозначения: \bar{r}_{t+1} – прогнозная оценка среднего значения индекса; \bar{r}_{t+1} – прогнозная экспертно-аналитическая оценка активности рынка; \bar{r}_{t+1}^i – прогнозная оценка средней доходности i -й акции, рассчитанная по долгосрочной модели; \bar{r}_{t+1}^i – прогнозная оценка средней доходности i -й акции, рассчитанная по среднесрочной модели; \bar{r}_{t+1}^i – прогнозная оценка средней доходности i -й акции, рассчитанная по краткосрочной модели; $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ – оценки текущих коэффициентов долгосрочной модели; $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ – оценки текущих коэффициентов среднесрочной модели; $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ – оценки текущих коэффициентов краткосрочной модели.

Прогнозные оценки доходности акций для инвесторов с различным инвестиционным горизонтом мы предлагаем получать с помощью модели с трехуровневой структурой адаптивного механизма [6], а определять оптимальную структуру портфеля считаем целесообразным с помощью модифицированного варианта модели Марковица, который записывается следующим образом:

$$2\tau w' \bar{r}_{t+1} - w' \Sigma_\epsilon w \rightarrow \max, \quad (14)$$

$$i' w = 1, \quad (15)$$

где Σ – ковариационная матрица; Σ_ϵ – ковариационная матрица прогнозных ошибок, получаемых по результатам постпрогнозных расчетов доходности акций, проводимых с помощью адаптивной модели; $w' = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ – вектор, определяющий структуру портфеля; \bar{r} – вектор средних доходностей активов за рассматриваемый период; $\bar{r}_{t+1} = (\bar{r}_{t+1,1}, \bar{r}_{t+1,2}, \dots, \bar{r}_{t+1,n})$ – вектор средних ожидаемых доходностей активов, включаемых в портфель; $i' = (1, 1, \dots, 1)$ – вектор из единиц; τ – неотрицательный параметр, отражающий несклонность инвестора к риску.

Решение задачи (14)–(15) получается в виде

$$w = w_{\min} + \tau w_c, \quad (16)$$

где w_{\min} – решение задачи оптимизации при $\tau = 0$, определяемое по формуле

$$w_{\min} = \frac{1}{i' \Sigma_\epsilon^{-1} i} \Sigma_\epsilon^{-1} i \quad (17)$$

и соответствующее портфелю с минимальной дисперсией на множестве всех эффективных портфелей; w_c – вектор, рассчитываемый по формуле

$$w_c = \frac{i' \Sigma_\epsilon^{-1} \bar{r}_{t+1} - \frac{i' \Sigma_\epsilon^{-1} i}{i' \Sigma_\epsilon^{-1} i} \bar{r}_{t+1}}{i' \Sigma_\epsilon^{-1} i} \Sigma_\epsilon^{-1} i \quad (18)$$

Экономический смысл этого вектора состоит в том, что он представляет собой не принадлежащий достижимому множеству самофинансируемый портфель, в котором покупка одних активов осуществляется за счет других.

Из вышеизложенного и введенных обозначений понятно принципиальное отличие модифицированного варианта (14)–(15) от классической модели Марковица: в рассматриваемой задаче максимизируется доходность за минусом остаточной дисперсии, являющейся измерителем диверсифицируемого риска, который определяется по ковариационной матрице прогнозных ошибок.

Ниже приводятся результаты вычислительного эксперимента по формированию портфеля из акций следующих компаний: ОАО Газпром, ОАО РАО ЕЭС, ОАО НГМК, ОАО СургутНГ, ОАО Лукойл, ОАО Роснефть. Информационную базу эксперимента составили архивы, отражающие динамику индекса RTS и стоимости акций за период с 02.04.2007 по 04.10.2007, размещенные на

сайте Российской торговой системы [www.rts.ru]. Контрольная выборка была сформирована из данных за период с 03.09.2007 по 04.10.2007.

Результаты формирования оптимальных портфелей, ориентированные на различные горизонты инвестирования, приведены в таблице. В этой же таблице приводятся средние доходности портфелей, которые могли бы быть получены на данных контрольных выборки.

Сравнительный анализ эффективности портфелей показывает, что все три портфеля, построенные с использованием предлагаемой методики, в целом обеспечивают получение более высокого уровня доходности. Особо следует отметить высокую эффективность портфеля, ориентированного на инвестора с краткосрочным инвестиционным горизонтом. Это вполне естественно, так как краткосрочный прогноз в соответствии с логикой построения прогнозной модели наиболее адекватен тенденциям, проявление которых ожидается в ближайшее время.

Однако утверждать, что так будет получаться каждый раз, конечно, нельзя. Все зависит от того, насколько успешным оказался прогноз. Формальные доказательства в рамках схемы, ориентированной на использование прогнозных оценок, не имеют смысла. В заключение следует констатировать, что предложенный подход к формированию портфелей ценных бумаг вполне может использоваться как один из инструментов обоснования инвестиционных решений на неоднородных рынках.

Оптимальная структура портфелей и их средняя доходность, определенные на данных контрольной выборки

Компания	Портфель			
	Краткосрочный	Среднесрочный	Долгосрочный	Классический
	Структура портфеля			
ОАО Газпром	10,82	3,01	33,64	0,62
ОАО РАО ЕЭС	-66,98	-22,54	-15,90	-0,32
ОАО СургутНГ	69,16	52,45	27,20	0,27
ОАО НГМК	-11,14	-9,17	-4,61	0,82
ОАО Лукойл	-59,55	-53,77	-44,25	-0,84
ОАО Роснефть	58,69	31,02	4,93	0,45
Период	Средняя доходность портфеля, %			
04.09.07	55,43	1,24	10,70	-1,25
04.09.07 – 10.09.07	31,01	-2,73	-4,64	0,11
04.09.07 – 17.09.07	47,03	9,26	10,16	0,37
04.09.07 – 24.09.07	23,05	-2,68	-0,14	1,01
04.09.07 – 04.10.07	12,16	-7,26	2,57	0,84

Список литературы

1. Мельников, А.В. Математические методы финансового анализа / А.В. Мельников, Н.В. Попова, В.С. Скорнякова. – М. : Анкил, 2006. – 440 с.
2. Петерс, Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка / Э. Петерс. – М. : Мир, 2000. – 334 с.
3. Аскинадзи, В.М. Инвестиционное дело / В.М. Аскинадзи, В.Ф. Максимова, В.С. Петров. – М. : [Маркет ДС Корпорейшн](#), 2007. – 512 с.
4. Тинякова, В.И. Модели адаптивно-рационального прогнозирования экономических процессов : монография / В.И. Тинякова. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2008. – 266 с.
5. Давнис, В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений : монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с.
6. Давнис, В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах : монография // В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2006. – 380 с.
7. Емельянов, А.А. Имитационное моделирование экономических процессов / А.А. Емельянов, Е.А. Власова, Р.В. Дума. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 368 с.

Security Selection in Heterogeneous Markets

E.R. Vartanova, V.I. Tinyakova

Voronezh State University, Voronezh

Key words and phrases: investments in financial markets; investment horizon; financial investments management; forecast model.

Abstract: The paper proposes the approach to solving tasks of portfolio investment in conditions of fractal market hypothesis. The approach is based on adaptive rational model of special type providing the predictive estimate of share prices which are used to form securities portfolio for investors with different investment horizon.

© Э.Р. Варганова, В.И. Тинякова, 2009