

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ В СРЕДЕ LABVIEW

С.Н. Маковеев, С.В. Фролов

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический
университет», г. Тамбов

Рецензент И.Н. Дрогобыцкий

Ключевые слова и фразы: информационная система; математическое моделирование; сердечно-сосудистая система.

Аннотация: Предложена математическая модель сердечно-сосудистой системы. Представлена структура и состав созданной на ее основе информационной системы.

Обозначения: C_i – эластичность сосудов, $\text{см}^3/\text{Торр}$; $E_{PE,i}/E_{SE,i}$ – коэффициент жесткости для элементов PE/SE миокарда сердца, торр; h_i – средняя толщина стенки сердца, см; $K_{PE,i}/K_{SE,i}$ – коэффициент нелинейности для жесткости элементов PE/SE миокарда сердца; L_i – инерционность крови, $\text{Торр}\cdot\text{с}^2/\text{см}^3$; n – номер сердечного цикла; $q_{i,j}$ – поток, $\text{см}^3/\text{с}$; $q_{i,j}^*$ – обратный поток, закрывающий выходной клапан сердца, $\text{см}^3/\text{с}$; $R_{i,j}$ – сопротивление сосудов, $\text{см}^3/(\text{торр}\cdot\text{с})$; s_i – доля сократительных нитей в площади сечения миокарда сердца; t – время, с; T – период сердечных сокращений, с; $T_{PC,i}$ – длительность периода расслабления миокарда, с; $T_{\text{сис}}$ – длительность систолы, с; V_i – объем, см^3 ; $V_{O,i}$ – объем расслабленного сердца, см^3 ; $V_{SEO,i}$ – объем сферы, образованной из ненапряженных элементов SE сердца, см^3 ; U_i – расправляющий объем центральных артерий, см^3 ; η_i – коэффициент вязкости миокарда сердца; θ_i – коэффициент сокращения сердца; ξ – коэффициент распределения периферической проводимости; $\rho_{i,j}$ – проводимость, $\text{см}^3/(\text{торр}\cdot\text{с})$; $\rho_{i,j}^*$ – проводимость входного и выходного клапанов сердца, $\text{см}^3/(\text{торр}\cdot\text{с})$; ω_i – объем псевдополости желудочка, см^3 .

Маковеев С.Н. – ассистент кафедры «Биомедицинская техника», ТамбГТУ; Фролов С.В. – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Биомедицинская техника», ТамбГТУ, г. Тамбов.

Сердечно-сосудистые заболевания на сегодняшний день являются наиболее распространенными среди населения. Своевременная диагностика и выявление заболеваний сердечно-сосудистой системы (ССС) имеет первостепенное значение для современной медицины. В настоящее время для решения этих задач очень широко применяются различные системы автоматизации, помогающие врачу оценить состояние больного, сигнализирующие о выходе показателей из установленных режимов, хранящие контролируемые показатели в памяти компьютера. Тем самым врач получает возможность наблюдать за динамикой патофизиологических процессов и производить обработку результатов наблюдений с целью прогнозирования критических состояний пациента [1]. В автоматизированные системы диагностики и прогнозирования можно включать математические модели физиологических процессов.

Предлагается математическая модель ССС в виде камер, которая реализуется в системе LabVIEW. По структуре она имеет вид камерной цепи, упрощенно отображающей структуру сосудистого русла человека. В состав этой цепи входит модель сердца, которая совместима с описанием сосудистой системы и описывает деятельность желудочков [2]. Структура получаемой таким образом модели кровообращения показана на рис. 1.

Для практики и научных исследований представляет интерес гемодинамика всех главных сосудистых русел большого и малого кругов – артериального, венозного, легочно-артериального, легочно-венозного. В данной модели были отображены все эти русла. Клинический контроль обычно проводят путем слежения за давлением с помощью одного катетера в каждом из перечисленных сосудистых русел. Главные русла сосудистой системы отображены по возможности минимальным количеством камер. Такое представление модели дает возможность проводить ее экспериментальную проверку.

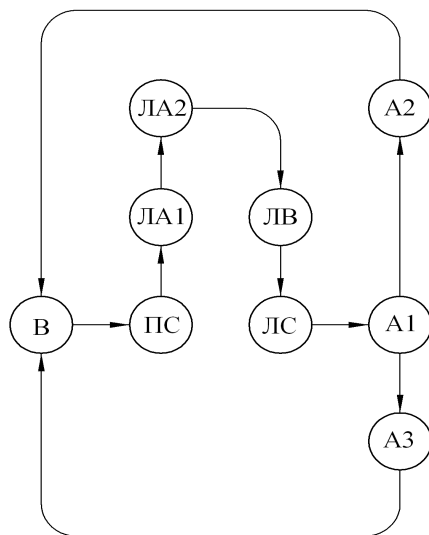


Рис. 1. Камерная структура модели кровообращения:

ПС – правое сердце (желудочек); ЛА1 – проксимальная легочно-артериальная камера; ЛА2 – дистальная легочно-артериальная камера; В – вены; ЛС – левое сердце (желудочек); А1 – центральная артериальная камера; А2 – артерии верхней части тела; А3 – артерии нижней части тела; ЛВ – легочные вены

В модели ССС принимаются следующие основные предположения и допущения:

- не учитываются тканевые давления, которые изменяются относительно медленно и могут быть учтены эквивалентным изменением параметров сосудов;
- не описывается влияние дыхания на кровообращение;
- не учитывается влияние на сосудистое давление силы тяжести;
- сердце отображено только желудочками.

Математическое описание ССС состоит из следующих уравнений.

1. Уравнения сокращения-расслабления сердца:

$$\frac{d\omega_i(t)}{dt} = \begin{cases} -\frac{\theta_i}{T_{\text{сис}}(n)} [\omega_i(t) - U_i] f_i(t, n), & \text{если } t \in [t_{\text{КД}}(n-1), t_{\text{КС}}(n)]; \\ \frac{3E_{\text{SE},i}}{\eta_i} \left(\sqrt[3]{V_{\text{O},i}} - \sqrt[3]{V_{\text{SEO},i}} \right) \left(e^{K_{\text{SE},i} \cdot \varepsilon_{\text{SE},i}(t)} - 1 \right) \sqrt[3]{\omega_i^2(t)} f_i(t, n), & \text{если } t \in [t_{\text{КС}}(n-1), t_{\text{КД}}(n)]; \end{cases}$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, \quad i \in \{\text{ЛС, ПС}\}.$$

2. Уравнения непрерывности:

$$\frac{dV_j(t)}{dt} = q_{i,j}(t) - q_{j,k}(t);$$

$(i, j, k) \in \{(A1, A2, B), (A1, A3, B), (B, ПС, ЛА1), (ПС, ЛА1, ЛА2), (ЛА1, ЛА2, ЛВ), (ЛА2, ЛВ, ЛС), (ЛВ, ЛС, А1)\}$;

$$\frac{dV_{A1}(t)}{dt} = q_{\text{ЛС},A1}(t) - q_{A1,A2}(t) - q_{A1,A3}(t),$$

$$\frac{dV_B(t)}{dt} = q_{A2,B}(t) + q_{A3,B}(t) - q_{B,ПС}(t).$$

3. Уравнение инерционного течения:

$$\frac{dq_{i,j}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{i,j}} [P_i(t) - P_j(t) - R_{i,j} q_{i,j}(t)],$$

$$(i, j) \in \{(A1, A2), (A1, A3), (ЛА2, ЛА3)\}.$$

4. Уравнение резистивного течения:

$$q_{i,j}(t) = \frac{1}{R_{i,j}} [P_i(t) - P_j(t)],$$

$(i, j) \in \{(A2, B), (A3, B), (ЛА2, ЛВ), (ЛС, А1), (ПС, ЛА1), (ЛВ, ЛС), (B, ПС)\}$.

5. Уравнения функционирования клапанов сердца:

$$\rho_{i,j}(t) = \frac{1}{R_{i,j}(t)} = \rho_{i,j}^* g \left[(P_i(t) - P_j(t)), -\frac{q_{i,j}^*}{\rho_{i,j}^*} \right], \quad (i, j) \in \{(\text{ЛС}, \text{А1}), (\text{ПС}, \text{ЛА1})\};$$

$$\rho_{k,l}(t) = \frac{1}{R_{k,l}(t)} = \rho_{k,l}^* g[(P_k(t) - P_l(t)), 0], \quad (k,l) \in \{(B, PC), (LB, LC)\}.$$

6. Уравнения давлений в сердце:

$$P_i(t) = 4\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}} \frac{h_i}{\sqrt[3]{V_i(t)}} \left[E_{PE,i} (1 - s_i) \left(e^{K_{PE,i} \cdot \varepsilon_{PE,i}(t)} - 1 \right) + E_{SE,i} s_i \left(e^{K_{SE,i} \cdot \varepsilon_{SE,i}(t)} - 1 \right) \right],$$

$$i \in \{LC, PC\}.$$

7. Уравнения давлений в кровеносных сосудах:

$$P_i(t) = \frac{1}{C_i} [V_i(t) - U_i], \quad \text{где } i \in \{A1, A2, A3, B, LA1, LA2, LB\}.$$

К этим уравнениям прилагаются следующие определения:

$$R_{A2,B} = \frac{1}{\rho_{A,B} \cdot \xi}, \quad R_{A3,B} = \frac{1}{\rho_{A,B} \cdot (1 - \xi)}, \quad R_{LA2,LB} = \frac{1}{\rho_{LA2,LB}};$$

$\varepsilon_i(t) = (\sqrt[3]{V_i(t)} - \sqrt[3]{V_{O,i}}) / \sqrt[3]{V_{O,i}}$ – относительное растяжение элементарной полоски миокарда, $\varepsilon_{SE,i}(t) = (\sqrt[3]{V_i(t)} - \sqrt[3]{\omega_i}) / \sqrt[3]{V_{SEO,i}}$ – относительное растяжение последовательного эластичного элемента;

$$f_i(t, n) = \min \left[\frac{t - t_{KC}(n)}{T_{PC,i}(n)}, 1 \right], \quad i \in \{LC, PC\};$$

$$g(x, a) = \begin{cases} \frac{1}{2} (\text{sign } x + 1), & \text{если } \frac{dx}{dt} \geq 0, \\ \frac{1}{2} (\text{sign}(x - a) + 1), & \text{если } \frac{dx}{dt} < 0. \end{cases}$$

Временная структура описывается формулами:

$$\text{время в момент окончания систолы } t_{KC}(n) = \sum_{l=1}^{n-1} T(l) + T_{\text{сис}}(n) + t_0,$$

$$\text{время в момент окончания диастолы } t_{KD}(n) = \sum_{l=1}^n T(l) + t_0,$$

где t_0 – время в начальный момент.

На основе представленной математической модели на кафедре «Биомедицинская техника» Тамбовского государственного технического университета создана система автоматизированного расчета функций и параметров ССС. Система разработана в среде LabVIEW. В ее состав входят:

- модуль ввода исходных данных для расчета функций и параметров ССС;
- модули формирования системы дифференциальных уравнений для систолы и диастолы;
- модуль решения системы дифференциальных уравнений;
- модуль, реализующий регуляцию ССС;

– модуль вывода расчетных данных в виде числовых значений и графиков.

Учебная версия системы используется студентами ТГТУ (специализация 200402 «Инженерное дело в медико-биологической практике») при выполнении расчетных заданий по дисциплинам «Моделирование биологических процессов и систем», «Компьютерные технологии в медико-биологических исследованиях», курсовых и дипломных проектов.

Список литературы

1. Лишук, В.А. Математическая теория кровообращения / В.А. Лишук. – М. : Медицина, 1991. – 256 с.

2. Ведру, В.Ю. Математическая модель сердечно-сосудистой системы для имитационных исследований кровообращения человека : автореф. дис. ... канд. биол. наук / В.Ю. Ведру. – Москва, 1988. – 16 с.

Development of Mathematical Model of Cardiovascular System in LabVIEW Environment

S.N. Makoveev, S.V. Frolov

Tambov State Technical University, Tambov

Key words and phrases: information system; mathematical modeling; cardiovascular system.

Abstract: Mathematical model of cardiovascular system is proposed. The structure and the content of the information system developed on its basis are presented.

© С.Н. Маковеев, С.В. Фролов, 2008