УДК 378

СИСТЕМА АДАПТАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В.Г. Тихомиров

Тамбовский государственный технический университет

Рецензент Н.П. Пучков

Ключевые слова и фразы: алгоритм; инструмент исследования; математическая модель; проблемная задача; профессиональная подготовка.

Аннотация: Процесс подготовки специалиста предполагает не только усвоения предметного содержания той или иной учебной дисциплины. Необходима ориентация на обязательность организации рефлексии студентов, на вскрытие деятельностной структуры и генезиса преподаваемых им предметных знаний, что позволяет в той или иной степени овладеть прогнозированием, проектированием и программированием развития профессиональной деятельности. Рассматриваются возможности математического моделирования в решении указанных задач.

Существующей практике формирования содержания образования присуща некоторая инерционность. Это связано, в первую очередь с тем, что время жизни современных технологий, с которыми приходится сталкиваться специалисту в профессиональной деятельности, меньше времени активной деятельности специалиста, поэтому важным условием его профессиональной деятельности становится умение перестраивать ее с учетом изменения технологий, необходимых для решения профессиональных задач. При таком подходе возникает необходимость постоянного пополнения и обновления знаний, нужно лишь уметь находить адекватную информацию.

С этих позиций профессиональная подготовка выступает не только как средство приобщения будущего специалиста к необходимому объему знаний, но и как средство приобщения его к системе деятельности по преодолению различных проблемных ситуаций, возникающих в профессио-

---

Тихомиров В.Г. – кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика и механика» ТГТУ.

нальной деятельности. При столкновении с непреодолимыми в настоящее время индивидом трудностями ощущается недостаточность имеющегося знания, которая порождает образовательную активность, направленную на разрешение возникшей проблемы.

Анализируя проблемную ситуацию, индивид меняет свою модель мира: незначительно, если возникшие трудности могут быть преодолены достаточно быстро; существенно, если решение проблемы может быть получено из наличной модели мира без привлечения внешних источников информации; коренным образом, если проблема не может быть разрешена индивидом, или для ее разрешения модель мира недостаточно полна. В первом случае к разрешению проблемы приводит поиск в модели мира индивида; во втором случае решение может быть получено путем преобразования имеющихся в модели мира знаний; в третьем случае происходит интеллектуальный поиск вне модели мира индивида. Таким образом, система деятельности по преодолению проблемных ситуаций определяется способностями индивида к приобретению знаний.

Из представленных рассуждений можно заметить, что в самом общем виде процесс приобретения знаний состоит из 2-х этапов: выявление знаний из источников – выделение в информации, полученной из источников знаний, фрагментов модели мира, и перенос их в модель мира индивида. При этом в зависимости от способностей индивида возможны различные формы приобретения знаний. Одной из таких форм при обучении математике может выступать моделирование, основной целью которого является преобразование полученной извне информации в знания и включение их в модель мира индивида.

Процесс математического моделирования, т. е. процесс изучения объекта при помощи математических моделей, как один из методов познания широко используется в самых различных отраслях знания. Математические модели применяются не только в естественных науках, но и в гуманитарных, далеких в недавнем прошлом от влияния математики, – происходит расширение области применения математики.

Рассмотрим предпосылки, которые позволяют использовать моделирование с позиций формирования системы деятельности обучаемого по преодолению проблемных ситуаций, порождающих образовательную активность индивида:

– закрепление понятий предметной области;
– понимание объектов предметной области, их свойств, связей между ними;
– выработка интеллектуальных процедур манипуляций знаниями.

Особо отметим, что последний пункт основывается на следующей гипотезе: чем больше информации вынесено за пределы алгоритма, тем проще описание алгоритма, тем большее число задач решает алгоритм. При этом значительный объем информации не дает возможности ее механического запоминания и требует выработки процедур интеллектуального сжатия информации.

Та или иная математическая модель, описывающая определенное явление не есть нечто неизменное. Получение новой информации о рассматриваемом явлении может привести к внесению уточнений в структуру модели или к необходимости построения новой модели – в ходе познания на смену старым моделям приходят новые, более точные и сложные.

Анализ и синтез построенных моделей успешно осуществляется при помощи современных информационных технологий. Возникающая при этом сфера деятельности предполагает наличие определенных требований к уровню подготовки и квалификации специалиста, основное из которых – способность к адаптации в условиях постоянных перемен.

Изложенные соображения показывают необходимость выработки общих подходов к представлению математических моделей при подготовке специалиста. На этом пути открываются широкие возможности для анализа и обобщения методов решения многих задач, установлению связей в излагаемом материале, и как следствие, создаются предпосылки для интенсификации образовательного процесса.

В дальнейшем под математической моделью будем понимать описание какого-либо объекта с помощью математической символики, а сам описываемый объект будем называть оригиналом. Ценность такого рода моделей состоит в том, что они способны замещать рассматриваемое явление с целью получения новых знаний о нем и на этой основе управлять им или прогнозировать его поведение. Но математическая модель не тождественна оригиналу, она не отражает непосредственно реальную действительность, она связана с действительностью опосредовано, через идеальные объекты, такие, как числа, функции, точки и т. д. Их идеальность заключается в отвлечении от непосредственной связи с изучаемым объектом, от несущественных свойств изучаемого объекта. Оперируя идеальными объектами, математическая модель сама является объектом идеальным.

Анализ показывает [2], что можно выделить следующие типы математических моделей: модель-описание, модель-интерпретация, модель-аналог.

Модель-описание представляет собой описание определенных связей и зависимостей между объектами, фиксацию определенных структур с помощью математических символов. Эти модели называют также формальными, они могут описывать не только материальные объекты, но и другие формальные объекты. Модели-описания абстрагированы от частных конкретных объектов и рассматриваются как обобщения.

Под моделью-интерпретацией понимают систему, выступающую в качестве интерпретации модели-описания с целью ее исследования на предметы существования, непротиворечивости, полноты. Модели-интерпретации всегда менее общие, более конкретные по сравнению с оригиналом.

Моделью-аналогом назовем модель, с точки зрения точности, равную по общности своему оригиналу. Например, число 3,14 является моделью-аналогом числа π; изображение графика функции является моделью-аналогом функции, формула Пуассона является моделью-аналогом формулы Бернулли, компьютерная программа является моделью-аналогом алгоритма.

Очевидно, что одна и та же модель может быть истолкована как модель-описание, или как модель-интерпретация, или как модель-аналог, в зависимости от отношения к исследуемой системе объектов. Например, дифференциальное уравнение может выступать как модель-описание определенного физического процесса, вместе с тем, к тому же уравнению может быть сведена некоторая система дифференциальных уравнений – в этом случае рассматриваемое дифференциальное уравнение является моделью-интерпретацией, вместе с тем, рассматриваемое дифференциальное уравнение может быть приближенным описанием некоторой математической структуры, т. е. может являться моделью-аналогом.

Укажем основные этапы [3] метода математического моделирования. Первый этап – формулировка законов, связывающих основные объекты модели и фиксация установленных связей с помощью математической символики. На этом этапе определяются цели моделирования; указываются существенные для моделирования объекта факторы; выявляются те из них, которые можно описать с помощью математической символики; закономерности, принципы, научные положения, лежащие в основе природы изучаемого объекта, переводятся на язык математики; устанавливаются количественные соотношения между факторами. Результатом указанных действий является получение модели-описания рассматриваемого объекта. Эта модель не содержит в явном виде новых знаний об исследуемом объекте (новые знания о модели-описании, не содержащиеся в ней в явном виде и зафиксированные на языке математики назовем решениями).

Второй этап – исследование математических моделей, к которым приводит полученная модель-описание. Основной задачей этого этапа является поиск всевозможных решений. В процессе этого поиска исходная модель преобразуется в совокупность новых моделей, находящихся между собой в определенных взаимосвязях (назовем эту совокупность схемой решения). Очевидно, что, вообще говоря, для некоторой модели-описания может быть не одна схема решения. Например, решение волнового уравнения может быть найдено методом Фурье, а может быть найдено методом Даламбера, или может быть найдено методом сеток.

Третий этап – исследование полученных решений на предмет согласования с природой рассматриваемого объекта. На этом этапе выясняется, удовлетворяет ли принятая модель-описание критерию практики, согласуются ли результаты наблюдений с теоретическими следствиями модели-описания. Исследуется поведение модели при изменении параметров в пределах заданной точности. В случае адекватного описания объекта построенная модель принимается, в противном случае – совершенствуется или отвергается.

Рассматриваемые этапы во многом определяют систему адаптации математической модели к образовательному процессу.

Под адаптацией математической модели к профессиональной подготовке специалиста будем понимать совокупность мер, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих определенное единство, с целью приспособления математической модели к условиям образовательного процесса и будущей профессиональной деятельности подготавливаемого специалиста.

Математического модель в профессиональной деятельности специалиста появляется, когда другие инструменты исследования некоторого объекта, связанного с этой деятельностью, при заданных условиях не дают или не могут дать ожидаемого результата. Как правило, эти объекты имеют сложную структуру, соответствующие математические модели-описания и их решения также сложны, а значит, изучение в полном объеме такого рода структур в рамках образовательного процесса может, как минимум, занять не оправдано много времени. Вместе с тем, задачи конкретной профессиональной направленности должны быть широко представлены в курсе прикладной математики, иначе получив в свое распоряжение набор математических структур безотносительно от их прикладной направленности, специалист не сможет их при необходимости самостоятельно применить в своей профессиональной деятельности. Поэтому подбор удачной задачи прикладной направленности во многом определяет успех изучения соответствующей математической модели-описания (далее будем называть такие задачи проблемными).

Рассмотрим некоторые особенности, характеризующие проблемную задачу.

Большое значение для учебного процесса имеет потребность познания. Учебная информация наиболее активно воспринимается тогда, когда у студентов возникает потребность в ее восприятии [1]. Поэтому проблемная задача должна создавать потребность в восприятии изучаемого материала.

Восприятие неразрывно связано с осмыслением и пониманием существа явления, с узнаванием воспринимаемых предметов и явлений, что является основой для связи между имеющимися и приобретаемыми знаниями. Значит, проблемная задача должна быть четко изложена доступным языком, в частности, используемая в задаче профессиональная терминология, должна быть известна обучаемому.

Профессиональная терминология призвана способствовать проникновению обучаемого в сущность описываемой в проблемной задаче ситуации, которая не должна быть надуманной, но при попытке описания реальной ситуации, можно получить довольно сложную математическую модель, исследование которой представляет проблему. Как показывает анализ, во многих случаях без ущерба для прикладного смысла размерность задачи можно понизить, или рассмотреть простейший случай, при этом основные тенденции, характеризующие рассматриваемую ситуацию, сохраняются. Таким образом, проблемная задача зачастую может быть получена из реальной ситуации прикладной направленности путем понижения размерности параметров или рассмотрения простейших случаев.

Допустим, что проблемная задача сформулирована, и перейдем к ее изучению с помощью математического моделирования. Будем следовать основным этапам метода математического моделирования.

Сначала определим цели моделирования. На первый план выступают цели, связанные с образовательным процессом: рассмотреть конкретную математическую модель с учетом профессиональной ориентации обучаемых, показать возможности математического моделирования как одного из методов познания, способствовать формированию активного мышления обучаемых. Познавательная же цель состоит в получении новых знаний о проблемной ситуации.

Далее, исходя из проблематики задачи, определим, что дано и, что надо найти. Запишем символически данные и искомые параметры с учетом обозначений, принятых в профессиональной области знаний. Разобьем условие проблемной задачи на ряд относительно самостоятельных фраз, и выделим те из них, которые имеют математическую интерпретацию. Переведем выделенные фразы на язык математики. Найдем закономерности, связывающие условия проблемной задачи, данные и искомые параметры, переведем их на язык математики. Выпишем полученную математическую модель и, если есть такая возможность – упростим. После этого приведем математическую модель в максимально компактной форме, отметив данные и искомые параметры. Вероятно, полученная математическая модель имеет устоявшееся название – укажем его и расшифруем смысл. С учетом прикладного смысла проблемной задачи определим, что будем понимать под решением полученной математической модели; в какой форме будем искать решение: аналитически, численно, графически; какие технические средства будем использовать.

Следующий этап – поиск и запись найденной схемы решения. Происходит изучение данных и возможных путей преобразования поиска через преобразование исходной информации, расчленение модели-описания на взаимосвязанную совокупность более простых моделей. Здесь важно показать новизну рассматриваемой математической модели, в том смысле, что она не исследовалась до этого в рамках учебного курса, и невозможность применения для ее исследования ранее изученных готовых схем. Поиск таких схем поначалу может опираться на прикладные черты задачи, но на более поздних стадиях исследования основную роль играют математические соображения. Во многих случаях этих схем может быть несколько, поэтому возникает задача выбора оптимальной схемы. Причем оптимальность понимается не только и не столько с точки зрения математики, сколько с точки зрения дидактики, так как умственная деятельность в процессе поиска оптимального решения позволяет ясно представить ход решения поставленной задачи, проанализировать данные в связях и отношениях, направленно организовать действия, исходя из сущности задачи. Поиск в учебном процессе [1] – это нахождение оптимальных путей достижения цели, оценка способов и средств, обеспечивающих это достижение, формирование убеждения, что результат достигнут не случайно, а целенаправленно. Целенаправленный поиск соединяет в себе логические и эвристические изыскания. Существенный интерес при этом представляет принцип простоты, гласящий, что наиболее простые пути решения чаще всего оптимальны. Процесс поиска и выбора схемы решения пойдет быстрее, если удастся свести исходную модель-описание к известным и ранее изученным моделям.

Следующий этап – реализация выбранной схемы решения и ее обоснование. При этом отдельные модели с помощью определенных законов, принципов, правил объединяются в систему, имеющую познавательный и практический смысл. Особую роль здесь играют правила логической организации, такие как: правило простого рассуждения, состоящее в приведении мыслей в систему на основе наблюдения и другой непосредственной информации; правило свободного рассуждения, состоящее в выдвижении правдоподобных предположениях, находящихся между недостаточными и достаточными основаниями; правило сложного рассуждения, состоящее в рассмотрении связей и отношений исследуемых явлений с определенной степенью анализа; правило доказательного рассуждения, состоящее в использовании строгих доказательств, подтверждающих рассуждение на основе логических форм мышления. Логически организованный учебный процесс формирует знания на основе взаимосвязанной причинности, восприятия знаний в связях и отношениях их понятий и закономерностей, при этом выявляются контакты и связи взаимозависимых понятий, определений, закономерных положений, устанавливаются связи между общими, частными, фундаментальными и другими понятиями. Такая организация позволяет приходить к наиболее рациональному решению, но для сложных моделей наличие алгоритма решения недостаточно для нахождения решения. В этих ситуациях разумно использовать мощь современных компьютерных средств, и, соответствующего ситуации, программного обеспечения. При таком подходе требуется тщательная проработка используемых технологий в силу возможного смещения акцента с изучения конкретного материала на изучение возможностей современных компьютерных технологий.

Следующий этап – исследование полученного решения. Найденное решение рассматривается через прикладной смысл проблемной задачи: достаточно ли данных для однозначного решения проблемной задачи с приемлемой точностью; можно ли уменьшить число параметров задачи без ущерба для точности решения; не являются ли данные проблемной задачи противоречивыми; при каких значениях параметров проблемная задача имеет прикладной смысл; при каких значениях параметров проблемная задача может быть изучена с помощью рассматриваемой модели-описания, а при каких нет; какие из неизвестных параметров, найденные в процессе решения, удовлетворяют прикладному смыслу проблемной задачи, а какие нет; насколько найденное решение соответствует экспериментальным данным, если такие существуют; какие еще прикладные задачи можно решить при помощи рассматриваемой модели-описания; какие прикладные задачи, близкие по смыслу или содержанию к проблемной задаче, нельзя решить при помощи рассматриваемой модели-описания, в чем их отличие от проблемной задачи; можно ли придать моделям, отвечающим выбранной схеме решения, прикладной смысл? Ответы на эти вопросы помогают глубже проникнуть не только в сущность рассматриваемой проблемной задачи, но и осмыслить на новом уровне значимость встречающихся при решении математических понятий, их взаимосвязей и свойств, кроме того, открываются возможности для целенаправленного перехода к изучению новых математических моделей, обнаруживаются новые приемы и методы изучения прикладных задач.

Заключительный этап – алгоритмическая формулировка найденного метода решения и исследование возможностей его реализации на ЭВМ в самостоятельной профессиональной деятельности специалиста. Алгоритмизация позволяет формировать у обучаемых четкий стиль мышления при помощи: разбиения мыслительной деятельности на элементарные действия; указания способа решения задачи наиболее коротким путем; нахождения связей и отношений между составляющими компонентами системы. Наличие алгоритма позволяет реализовать найденный метод решения на ЭВМ.

Отметим, однако, что предыдущие этапы не дают точных предписаний, однозначно определяющих вычислительный процесс, направленный на получение полностью определяемого исходными данными результата, то есть не является алгоритмом. Таким образом, наблюдается противоречие между алгоритмической нечеткостью ментальной модели и необходимостью построения процесса последовательного преобразования математического объекта к заданному формату как алгоритмического процесса, направленного на гарантированное разрешение массовой алгоритмической проблемы, при условии, что существует единый метод (алгоритм) разрешения указанной проблемы.

На наш взгляд преодоление выявленного противоречия возможно в рамках следующего сценария:

– определить среду (алгоритмический язык) для описания процесса разрешения сформулированной массовой алгоритмической проблемы: как правило, для многих прикладных задач существуют готовые предметно-ориентированные пакеты программ (нам представляется, что целесообразно выбрать один из наиболее известных пакетов и кратко ознакомить обучаемого с возможностями реализации решения проблемной задачи);

– составить алгоритм разрешения указанной проблемы посредством выбранного алгоритмического языка;

– в составленном алгоритме выявить элементарные (не делимые далее) процедуры, рассматриваемые в рамках образовательного процесса как навыки;

– сформулировать на естественном языке последовательность действий, составленных только из выявленных элементарных процедур и основных алгоритмических конструктов (оператор присваивания, условный оператор и проч.), и рассматривать ее (последовательность действий) как (ментальный) алгоритм.

Подводя итог, заметим, что в процессе адаптации математической модели к профессиональной подготовке специалиста создается концептуальная основа для выявления, понимания и описания не только предметного содержания профессиональной подготовки, но и профессиональной деятельности специалиста, а также вскрытия методологической структуры соответствующей области знаний.

Список литературы

1 Архангельский, С. И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы / С.И. Архангельский. – М.: Высшая школа, 1980. – 367 с.

2 Морозов, К.Е. Математическое моделирование в научном познании / К.Е. Морозов. – М.: Мысль, 1969. – 212 с.

3 Тихонов, А.Н. // В кн.: Математическая энциклопедия. Т. 3 / А.Н. Тихонов. – М.: Советская энциклопедия, 1982. – С. 574–575.

The System of Mathematical Model Adaptation

V.G. Tikhomirov

Tambov State Technical University

Key words and phrases: algorithm; research tool; mathematical model; problem task; professional training.

Abstract: The process of specialist training doesn't imply only assimilation of a specific subject content. It is necessary to have the students' reflexivity oriented at identification of activity structure and genesis of subject knowledge, thus enabling to obtain skills in forecasting, designing and programming of professional activity development. Possibilities of mathematical modeling to solve the given tasks are considered.
